

INFERINDO NÍVEL DE UM TANQUE EM UM SISTEMA DE TRANSFERÊNCIA DE FLUIDOS A PARTIR DE SINAL DE FREQUÊNCIA DO MOTOR DA BOMBA

Vladimir Jesus Farias¹, Emanuel Benício de Almeida Cajueiro²

¹SENAI/CIMATEC, E-mail: vladfarias@gmail.com

²SENAI/CIMATEC, E-mail: emanuel.cajueiro@fieb.org.br

ABSTRACT

Fluid transfer and storage are widely used in the continuous process industry. With the intent to contribute on a fast growing area of studies, the following paper aim's the identification of a dynamic system, inferring the fluid level of one of the system's tanks used in the process from frequency's signal used at pump's speed control. Two mathematic equations were tested: ARX and ARMAX. ARMAX model has been adjusted properly to the purposes of the study

Keywords: level, frequency; dynamic systems identification; ARX model; ARMAX model.

RESUMO

Sistemas de transferência e armazenamento de fluidos são largamente usados nas indústrias de processos contínuos. Pensando em contribuir para os estudos que hoje, cada vez mais, se desenvolvem nessa área, este trabalho voltou-se para a identificação de um sistema dinâmico inferindo o nível de um dos tanques usados no processo, a partir do sinal de frequência utilizado no controle de velocidade da bomba. Duas representações matemáticas foram testadas: ARX e ARMAX. O modelo ARMAX ajustou-se mais adequadamente aos propósitos do estudo.

Palavras-Chaves: nível; frequência; identificação de sistemas dinâmicos; modelo ARX; modelo ARMAX.

1 INTRODUÇÃO

A descrição matemática de sistemas e fenômenos foi uma necessidade do homem desde a Antiguidade [1]. Os antigos egípcios, por exemplo, criaram uma técnica de identificação das estações do ano muito particular. Dividiram o ano em três estações de aproximadamente

quatro meses cada. Essa foi a maneira que eles encontraram para distinguir as quatro estações do ano, no vale do rio Nilo, onde o calor é intenso durante o ano inteiro [2].

Segundo os historiadores Flávio de Campos e Renan Miranda [2], assim, os egípcios procediam:

Após a estrela *Sothis* (Sírio) ficar desaparecida por setenta dias, reaparecia nos céus, o que marcava o ano novo e a chegada da primeira estação: a *Inundação*, que no calendário ocidental durava de julho a outubro. Nesse período, os egípcios se dedicavam às grandes construções, ao lazer, à arte e à guerra. Em novembro quando as águas baixavam, iniciavam-se o trabalho de plantio: a *Semeadura*, estação que perdurava até fevereiro. Era quando os egípcios plantavam diversos produtos, em especial o linho para a fabricação de roupas. Entre março e junho, faziam as colheitas: era a estação da *Colheita*. Quando a colheita estava prestes a terminar e Sírio de reaparecer nos céus, o Nilo adquiria uma coloração esverdeada, sinal de que os últimos produtos deveriam ser rapidamente colhidos, antes que as águas subissem e o rio voltasse à cor avermelhada, característica do período de cheia [2].

Com todo o desenvolvimento científico e tecnológico alcançado pela humanidade, ao longo desses séculos, tal como os antigos egípcios, o *homem moderno*, continuou sentindo-se desafiado a representar um sistema real usando um modelo matemático equivalente.

Ao final do século XX, a complexidade dos processos e a disseminação do uso de computadores para processar dados obtidos diretamente dos sistemas, provocaram uma mudança substancial na forma de se obter modelos matemáticos. Eles deixaram de ser desenvolvidos exclusivamente a partir de equações que descreviam a física do processo, passando a ser obtidos segundo os dados observados. Desenvolveu-se, então, um procedimento conhecido como modelagem empírica ou identificação de sistemas.

Para Garcia [3] “a *identificação de sistemas* lida com o problema de construir modelos matemáticos de sistemas dinâmicos com base em dados observados de *entrada e saída*”. Um modelo matemático nada mais é do que uma representação matemática aproximada de um determinado processo. Aguirre [1], por exemplo, fala em três técnicas empregadas na identificação de sistemas: modelagem caixa branca; modelagem caixa preta; modelagem caixa cinza.

O uso da modelagem caixa branca exige um nível de conhecimento bastante elevado sobre o sistema e sobre as leis da física que os rege. Essa técnica de obtenção de modelos é também conhecida, afirma Aguirre [1] como modelagem pela física ou natureza do processo ou modelagem conceitual.

A caixa cinza e a caixa preta são técnicas alternativas à modelagem caixa branca, estas por sua vez, se caracterizam por exigir pouco ou nenhum conhecimento conceitual da natureza física do processo, conforme salienta Aguirre [1]. Na identificação caixa preta, os dados de entrada e saídas são usados para obtenção dos parâmetros da estrutura do modelo previamente escolhido. A tentativa de combinação das vantagens das técnicas caixa preta e caixa branca compõe a caixa cinza, na qual dados de entrada e saída, bem como informações a respeito de leis físicas que caracterizam o processo.

Modelo linear

Um modelo é *linear* quando a saída ou as saídas dependem linearmente da entrada ou das entradas e de possíveis perturbações, variáveis dependentes ou derivadas, aparecendo apenas em equações de 1º grau, atendendo imprescindivelmente ao *princípio da superposição*. Isto é, “[...] calcular a saída de um sistema excitado por qualquer tipo de entrada dividindo-se a entrada em componentes simples e adicionando-se as respostas de cada componente” (GARCIA, 2012). O seu oposto, segundo o mesmo autor, seria um modelo *não-linear*.

O grau de linearidade, entre as variáveis de entrada e saída, é estabelecido através da solução da função de correlação cruzada, de modo que para sinais contínuos no tempo tem-se:

$$r_{uy}(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T u(t)y(t + \tau) dt \quad (1)$$

Para séries temporais discretas:

$$r_{uy}(k) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{i=N}^N u(i)y(i + k) \quad (2)$$

sendo T o período de amostragem, N o número de amostra para a forma discreta, **u** e **y** entrada e saída de sinais respectivamente e **τ** ao número de atrasos. Para a função de correlação cruzada, tem-se que quanto mais próximos de 1 ou -1 o resultado estiver, maior será o grau de relacionamento linear entre os sinais.

De acordo com Ljung [5] existe uma estrutura geral polinomial linear, de forma que a partir desta é possível obter diversas representações matemáticas de sistemas dinâmicos lineares:

$$A(q)y(k) = \frac{B(q)}{F(q)}u(k) + \frac{C(q)}{D(q)}e(k) \quad (3)$$

Em que A, B, C, D e F são polinômios definidos por:

$$A(q) = 1 - a_1q^{-1} \dots - a_naq^{-na} \quad (4)$$

$$B(q) = 1 - b_1q^{-1} \dots - b_n bq^{-nb} \quad (5)$$

$$C(q) = 1 - c_1q^{-1} \dots - c_n c q^{-nc} \quad (6)$$

$$D(q) = 1 - d_1q^{-1} \dots - d_n d q^{-nd} \quad (7)$$

$$F(q) = 1 - f_1q^{-1} \dots - f_n f q^{-nf} \quad (8)$$

e q^{-1} é o operador de atraso, de modo que $y(k)q^{-1} = y(k - 1)$ e $e(k)$ é o ruído branco [1]. Para $C(q)=D(q)=F(q)=1$, na estrutura geral do polinômio de Ljung [5], em que $A(q)$ e $B(q)$ são polinômios quaisquer, obtém-se o modelo autorregressivo com entradas exógenas ou simplesmente ARX (do inglês *autoregressive with exogenous inputs*), que pode ser representado matematicamente por:

$$y(k) = \frac{B(q)}{A(q)}u(k) + \frac{1}{A(q)}e(k) \quad (9)$$

Um aperfeiçoamento proposto por Aström e Bohlin [6], em 1965, ocorreu com a modelagem do erro na equação, descrevendo-o com uma média móvel (MA), tal modelo é chamado de ARMAX (do inglês *autoregressive moving average with exogenous inputs*) e pode ser descrito, segundo a equação:

$$y(k) = \frac{B(q)}{A(q)}u(k) + \frac{c(q)}{A(q)}e(k) \quad (10)$$

Partindo dos pressupostos teóricos e metodológicos expostos acima, foi realizado um estudo experimental sobre identificação de sistemas, tendo como objetivo inferir, a partir da frequência do motor da bomba, os sinais de nível do sistema de armazenamento e de transferência de líquido. O experimento foi efetuado na *Bancada Didática* do SENAI/CIMATEC e resultou no artigo que ora é apresentado. Sua estrutura compõe-se de quatro itens: introdução – quando se discute sobre identificação de sistemas dinâmicos; metodologia – que descreve os componentes materiais e os métodos utilizados para a realização do experimento; resultados e discussão – que analisa as respostas obtidas e faz uma avaliação dos procedimentos aplicados no estudo; conclusão – que trata das inferências do estudo, bem como das recomendações e possibilidades futuras de aprofundamento desse estudo.

2 METODOLOGIA

2.1 Materiais utilizados

Bancada Didática de transferência e armazenamento de fluido entre tanques – foi usada para a realização dos experimentos, a fim de se amostrar os dados necessários para a identificação de sistemas e validação. A Figura 1 mostra a referida bancada.



Figura 1: Bancada Didática.

Os *hardwares* utilizados para a realização do experimento compreenderam: Controlador Lógico Programável (CLP); *notebook*; sensor de nível; bomba centrífuga; inversor de frequência; cabo de comunicação do tipo *Modbus* serial (RJ 485); conversor *modbus/USB*. A coleta de dados do processo foi feita no *Matlab*, sendo necessário a comunicação OPC (do

inglês *Open Productivity and Connectivity*) do CLP com o mesmo. O OPC é um protocolo utilizado como interface padronizada que permite a comunicação entre sistemas e equipamentos de diferentes fabricantes com o intuito de promover a confluência de comunicação.

A Figura 2 apresenta a arquitetura de como a frequência e o nível do tanque foram adquiridos:

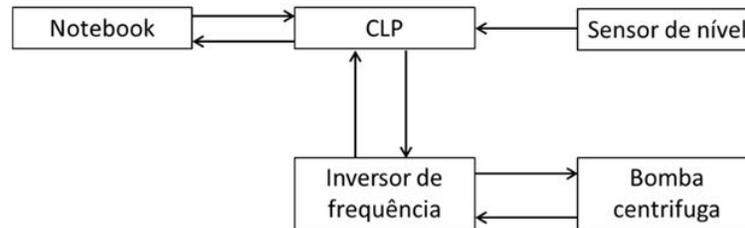


Figura 2: Fluxograma da comunicação entre os hardwares do experimento.

Observa-se, ainda, na Figura 2, que o sensor envia variável analógica de nível para o CLP. Já a frequência do motor da bomba, variável analógica, é coletada por um inversor de frequência que por sua vez envia para o CLP. O controlador, por sua vez, compartilha as informações via *Modbus* serial com o *notebook*, no qual os dados foram armazenados e tratados.

2.2 Procedimentos

O procedimento metodológico de identificação do modelo matemático de interesse foi realizado com base no trabalho de Cajueiro [4], e compreendeu as seguintes etapas: planejamento do experimento; triagem/escolha do sinal de entrada; pré-processamento dos dados; determinação/escolha da estrutura linear; validação do modelo.

Planejamento do experimento: nessa primeira etapa foi estabelecido que, com base nas informações das medições existentes, seria identificado e aferido o nível do tanque superior, usando o sensor ultrassônico existente no sistema a partir dos dados de frequência da bomba. As perturbações foram aplicadas ao *set point* do nível, usando uma sequência de graus, partindo do nível 3 litros para 4,5; evoluindo para 6,0; chegando a 9,0; até alcançar 10 litros (nível máximo), em intervalos de 30s, 40s, e 45 segundos, por não ser possível manipular a frequência diretamente. O período de amostragem utilizado no experimento foi de 50 ms, uma vez que o tempo de aquisição do CLP é de 32 ms.

Triagem/escolha do sinal de entrada: a entrada usada para identificar o nível do tanque foi a frequência do motor da bomba, que, após um teste de correlação cruzada, realizado depois a coleta dos dados de nível e frequência, apresentou uma forte correlação linear com o nível.

Pré-processamento dos dados: em algumas situações os sinais coletados, durante o experimento de identificação, não ficaram prontos para serem usados no levantamento dos modelos, sendo necessário um pré-processamento para tratar os sinais registrados de forma a

deixá-los apropriados para identificar o sistema. Nesse experimento, não houve tratamento de dados, por não ter existidos ruídos significativos.

Escolha do modelo: em um trabalho de identificação, o desejável é o uso de um modelo matemático mais simples possível, o qual seja capaz de descrever o comportamento do sistema dentro de uma faixa aceitável de incerteza para as condições do processo em questão. Nessa etapa, foram testados os modelos ARX e ARMAX, optando-se pelo segundo, em função de ajustar-se mais adequadamente aos propósitos do experimento.

Validação do modelo: de posse da estrutura do modelo e de seus parâmetros, observou-se se este agregava as informações que descreviam o sistema a ser identificado no intervalo de interesse, usando uma sequência de dados coletadas em um experimento diferente. Estes dados foram obtidos aplicando-se dois degraus no *set point* do nível com 50 segundos de diferença.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Após provocar mudanças no *set point* do nível, foram registrados os seguintes comportamentos das variáveis envolvidas no processo de identificação, conforme demonstra a Figura 3.

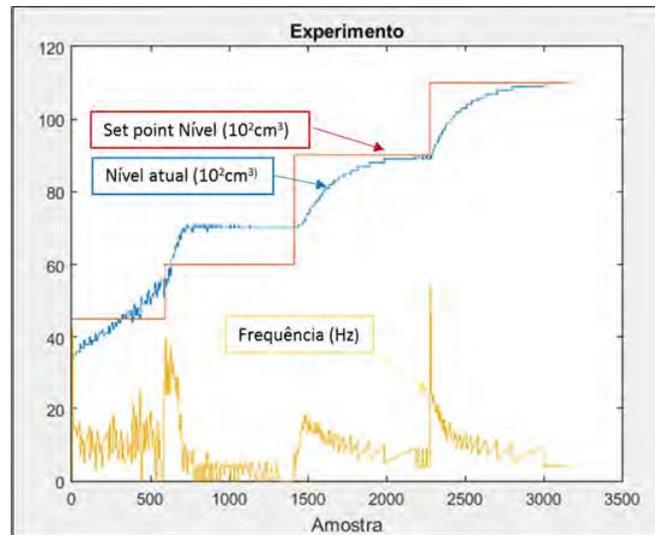


Figura 3: Registro do experimento para identificação do nível.

Por limitações nas medições do sistema foi estabelecido que o sinal de entrada seria a frequência do motor da bomba que, por sua vez, é inferida por um inversor de frequência. Desta forma, verificou-se o grau de linearidade entre as variáveis nível e frequência, através da solução da função de correlação cruzada no *Matlab*. Resolvendo a função para o nível e a frequência amostrados no experimento, obteve-se $r_{uy}(k) = 0.77$, demonstrando forte grau de

linearidade entre as variáveis, pois o coeficiente apresentou-se próximo de 1, com a presença de um grau de não-linearidade, como se pode observar na Figura 4:

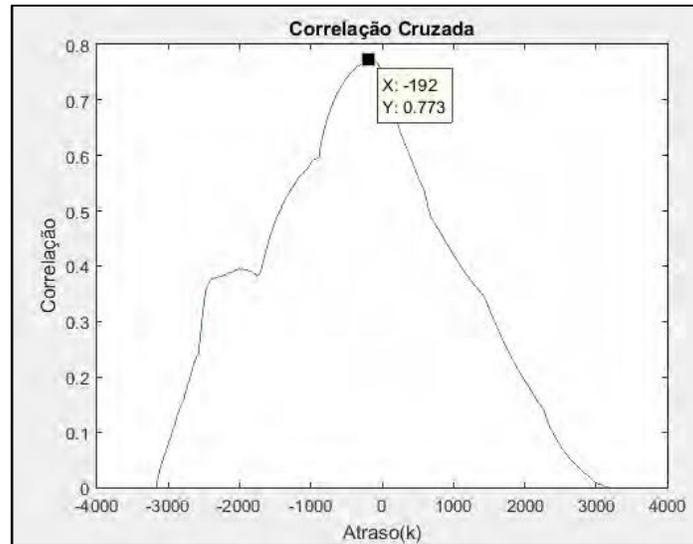


Figura 4: Função de correlação cruzada velocidade e nível.

Conhecendo o grau de linearidade do sistema, o passo seguinte foi estimar os parâmetros dos modelos estudados, ARX e ARMAX, com o intuito de comparar o ajuste de cada um dos arranjos matemáticos usando, para isso, uma série de dados de validação, a fim de chegar a uma melhor descrição do sistema e simplicidade da equação correspondente.

Após a regressão dos dados no *Matlab*, obteve-se para a estrutura ARX, os seguintes polinômios:

$$A(z) = 1 - 0,9615z^{-1} - 0,03205z^{-2} - 0,005769z^{-3} \quad (11)$$

$$B(z) = 4,241e^{-0,05}z^{-1} - 0,0008866z^{-2} \quad (12)$$

sendo a equação a diferença do modelo dada por:

$$y[k] - 0,9615y[k - 1] - 0,03205y[k - 2] - 0,005769y[k - 3] = 4,241e^{-0,05}u[k - 1] - 0,0008866u[k - 2] + e[k] \quad (13)$$

Em que o ajuste foi de 53,72% conforme Figura 5:

V WORKSHOP DE PESQUISA TECNOLOGIA E INOVAÇÃO (PTI)
 I SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE INOVAÇÃO E TECNOLOGIA (SIINTEC)

10 e 11 de setembro de 2015 / Salvador, Bahia, Brasil

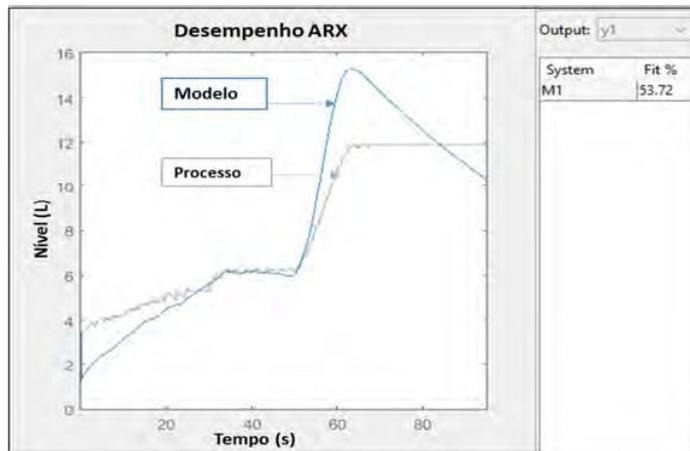


Figura 5: Comportamento do modelo ARX.

Para o modelo ARMAX obteve-se as expressões dos polinômios que o compõe:

$$A(z) = 1 - 1,8618z^{-1} + 0,8681z^{-2} \quad (14)$$

$$B(z) = 0,0004752z^{-1} - 0,000406z^{-2} \quad (15)$$

$$C(z) = 1 - 0,9717z^{-1} \quad (16)$$

em que a equação a diferença do modelo:

$$y[k] - 1,8618y[k - 1] + 0,8681y[k - 2] = 0,0004752u[k - 1] - 0,000406u[k - 2] + e[k] - 0,9717e[k - 1] \quad (17)$$

Com um ajuste de 84,79% de acordo com a Figura 6:

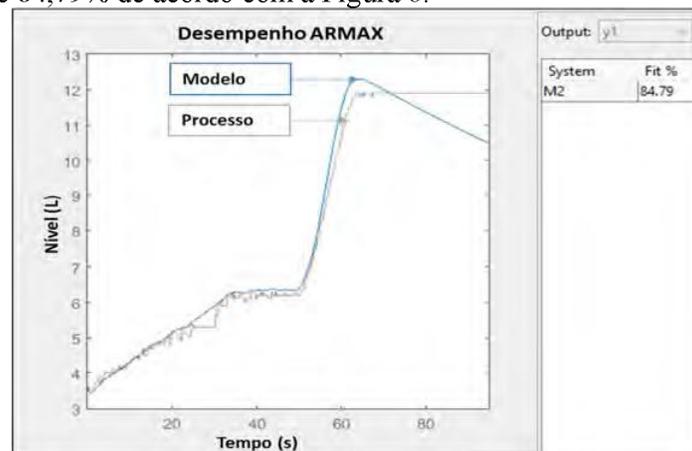


Figura 6: Comportamento do modelo ARMAX.

4 CONCLUSÃO

No presente trabalho foi descrito um procedimento de identificação de sistema dinâmico, no qual o nível de um tanque foi identificado a partir da rotação da bomba. O modelo obtido descreve apenas o processo em questão, para outros sistemas os coeficientes dos modelos ARX e ARMAX serão diferentes. O algoritmo para estimação dos parâmetros do modelo ARX não lida de modo adequado em sistemas que possuem *off-set*, uma vez que se trata de uma não linearidade. Assim, o ajuste obtido no *Matlab* para esta estrutura foi de 53,72%. Por sua vez, na estrutura do modelo ARMAX a flexibilidade em descrever o *off-set*, como uma média móvel, modelando, assim, o erro adicionado na saída, permitiu um ajuste de 84,79%, maior do que o obtido no ARX. Ambas as estruturas não conseguiram reproduzir parte do comportamento do sistema conforme Figuras 5 e 6, sendo sugerido para estudos futuros uma modelagem com uma estrutura não-linear como NARX

REFERÊNCIAS

- ¹Aguirre, Luís Antonio. *Introdução à identificação de sistemas: técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais*. 3 ed. Belo Horizonte: Editora da UFMG, 2007.
- ²Campos, Flávio de; Miranda Renan. *A escrita da História*. São Paulo: Escala Educacional, 2005.
- ³Garcia, Cláudio. *Identificação de sistemas*. São Paulo: Escola Politécnica da USP, 2012.
- ⁴Cajueiro, Emanuel Benício de Almeida. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2012.
- ⁵Ljung, Lennart. *System Identification: theory for the user*. Second Edition. Linköping/Sweden: PH PTR, 1999.
- ⁶Aström, K. J.; Bohlin, T. *Apud Garcia Cláudio. Identificação de sistemas*. São Paulo: Escola Politécnica da USP. 2012.