SENAI – CIMATEC
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL E TECNOLOGIA INDUSTRIAL
Mestrado em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial

Dissertação de Mestrado

Objeto de Aprendizagem: Um estudo sobre o desempenho dos alunos na interpretação da Função Quadrática.

Apresentado por: Maria Izabel Lopes de Araújo

Orientador: Profº. Dr. Renelson Sampaio

Novembro/2009

MARIA IZABEL LOPES DE ARAÚJO

Objeto de Aprendizagem: Um estudo sobre o desempenho dos alunos na interpretação da Função Quadrática.

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós Graduação em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial, Curso de Mestrado em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial do SENAI CIMATEC, como requisito parcial para obtenção do título de **Mestre em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial**.

Area de conhecimento: Interdisciplinar

Orientador: Prof^{o}. Dr. Renelson Sampaio
SENAI CIMATEC

Salvador
SENAI CIMATEC
2009

SENAI CIMATEC

Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial

Mestrado em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial

A Banca Examinadora, constituída pelos professores abaixo listados, aprova a Dissertação de Mestrado, intitulada "Objeto de Aprendizagem: Um estudo sobre o desempenho dos alunos na interpretação da Função Quadrática", apresentada no dia 19 de novembro de 2009, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de **Mestre em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial.**

Orientador: Prof. Dr. Renelson Ribeiro Sampaio
SENAI CIMATEC

S. Mauro

Membro externo da banca: Prof. Dra. Suzeli Mauro
UNIJORGE

Membro interno da banca: Prof. Dra. Lynn Rosalina Gama Alves
SENAI CIMATEC

Ficha catalográfica elaborada pela
Biblioteca da Faculdade de Tecnologia SENAI CIMATEC

F363

Araújo, Maria Izabel Lopes de
Objeto de aprendizagem: um estudo sobre o desempenho dos alunos na interpretação da função quadrática. / Maria Izabel Lopes de Araújo. - Salvador, 2009.
145f.;il. Color

Orientador: Profº Dr. Renelson Sampaio
Dissertação (mestrado) – Faculdade de Tecnologia SENAI Cimatec, 2009.

1. Aprendizagem Significativa. 2. Matemática - Ensino. 3.Função quadrática. I. Faculdade de Tecnologia SENAI CIMATEC. II. Sampaio, Renelson. III. Titulo.

CDD 370

Agradecimentos

À Deus, Senhor da minha vida, por ter me concedido mais uma bênção!

Aos meus amados filhos Luara e Mathéus: Durante essa trajetória vocês compartilharam comigo alegrias, angústias e conquistas. Essa vitória é de vocês também!

Aos meus irmãos, Carlos e Maria, pela força e carinho. O apoio de vocês foi fundamental para eu continuar lutando pelos meus objetivos.

À minha amiga e irmã, Hiramar, pelo incentivo e colaboração nessa etapa da minha vida. Esse trabalho foi concluído porque você segurou na minha mão. Obrigada de coração por tudo!

À Cátia, minha dinda querida. Uma companhia fiel, acolhedora e amiga.

À FAPESB pelo apoio financeiro.

Ao Professor Alfredo da Matta, que me ajudou muito na manutenção da bolsa de mestrado. Sem esse apoio eu não conseguiria concluir meus estudos.

À Professora Lynn, pelas ricas contribuições a esse trabalho e a minha formação acadêmica.

À Professora Suzeli Mauro, pelo carinho, acolhimento e incentivo. Ela faz parte dessa vitória!

Ao Professor Renelson, por quem tenho muito carinho, por todo o aprendizado nesta convivência, pela atenção e pela força.

Aos meus companheiros de curso, Pedro, Albérico, Cláudio, Fernando, Rogério, Márcio, Lourival e Eduardo, obrigada pela ajuda! Vocês são especiais para mim.

À Maria da Paz, pelo aconchego nos momentos difíceis.

Maria Izabel Lopes de Araújo

Salvador, Brasil

19 de novembro de 2009.

Muito obrigada meu Senhor, muito obrigada! Eu te agradeço pela luz dos olhos meus, pela saúde, pela roupa que me cobre. Muito obrigada, meu amigo e meu Deus!
Preciso tanto de você, de você! Não me negue a tua luz, tua luz. Sem teu amor não sei viver, meu guarda-costa é você, meu amigo, meu Jesus!
Muito obrigada meu Senhor, muito obrigada! Por ter me dado um corpo assim tão perfeito. De coração eu te agradeço imensamente. Muito obrigada, meu amigo e meu Deus!

Dedico esse trabalho à minha mãe, Maria Conceição, essa mulher guerreira, o meu porto seguro, que me ensinou a ser perseverante e que eu amo muito!

Resumo

A utilização de tecnologias, como computadores, pela sociedade contemporânea é cada vez mais crescente pois, tem se tornado mais acessível esse instrumento de informação e comunicação. Entre os jovens, o uso diário de computadores é uma realidade, entretanto, nas escolas ainda é principiante o uso dessa tecnologia no ensino. Nesse sentido, o presente trabalho tem por objetivo pesquisar e explorar a aplicabilidade do software Modellus para uma aprendizagem significativa de Função Quadrática com alunos da 1ª série do Ensino Médio. Trata-se de uma investigação sobre as contribuições de um instrumento tecnológico, um Objeto de Aprendizagem, na construção de significados da Função Quadrática – FQ. Esse objeto é formado por simulações e modelos de FQ, que através da modelagem computacional foram implementados no software Modellus. A investigação foi realizada com um grupo de alunos da 1ª série do ensino médio, de uma escola pública, a pesquisa consistiu da observação dos significados atribuídos pelos alunos na exploração do Objeto. A abordagem metodológica empregada é de cunho qualitativo, um estudo de caso, que envolveu um grupo de sete sujeitos, realizado em dez encontros, através da observação participante. A pesquisa apontou que a experimentação com o Objeto (representação das diversas formas de Função Quadrática, as equações – parte algébrica e a curva parábola – parte geométrica, a visualização da representação gráfica de forma dinâmica no software), possibilitou ao grupo investigado, conceber de forma significativa conceitos pertinentes a Função Quadrática. Essa experimentação inspirou a construção de modelos que representam o processo de atribuição dos significados dos sujeitos envolvidos.

Palavras-Chave: Aprendizagem Significativa. Objeto de Aprendizagem. Função Quadrática. Ensino de Matemática.

Abstract

The use of technologies, such as computer, by the contemporary society is increasing, because this instrument of information and communication is becoming more accessible each day. Among young people, the everyday use of computers is a reality. However in schools is really new the use of this technologic education. In this way, this work describs to an investigation about contributions of an object of learning in a construction of meanings of quadratic function. This research was performed with a group of students of high school's first year, in a public school. It was a development of activities (interactive animations) on the Modellus' software and also was an observation of the performance of the students in the exploration of the software's features on the resolution of the activities. This work is based in *The Significant Learning Theory*, which David Ausubel defined as an active process that depends of previous knowledge of the learner, the subsunçores, and of the new knowledge, that must have characteristics potentially significant. The methodological approach that was adopted is of qualitative nature. This study that involved a group of seven people, performed in ten meetings, through the participant observation. The research reported that the representation of many forms of FQ (the equations – part of algebra and the curve parable – part of geometry), as a visualization of a graphic representation in a dynamic way in the software, enabled the investigated group give meanings to the curve parable and to others concepts which refers a this function.

Key words: Significant Learning. Object of Learning. Quadratic Function. Teach of mathematic.

Sumário

Lista de Tabelas

Lista de Figuras

Lista de Gráficos

Lista de Diagramas

CAPÍTULO I

> Na formação de professores e na educação em geral, devemos continuar lutando para nos aproximarmos mais de um mundo em que aquilo que queremos para os nossos próprios filhos esteja ao alcance dos filhos de todos (KENNETH ZEICHNER , 2003, p. 52).

1. INTRODUÇÃO

Uma das tendências na reforma educacional em todo o mundo é que se altere a forma tradicional de ensino. Conforme Zeichner (2003), percebe-se em vários países como, por exemplo, Portugal[1], iniciativas de modificar as aulas, onde o foco principal ainda é o professor com a repetição mecânica dos conceitos, visando uma forma de ensino mais centrada no aluno e culturalmente mais significativa para eles. Para alcançar esse objetivo reconhece-se que o ensino mediado por tecnologias, como uso de computadores, constitui uma das temáticas de pesquisa em educação matemática, como podemos verificar aqui no Brasil nos trabalhos de Penteado (2005), Borba (2005), Maia (2007).

Dentro dessa perspectiva de mudança na forma de trabalhar os conceitos da matemática, a prática docente é freqüentemente questionada quando se trata de conteúdos como a Função Quadrática que relaciona figuras geométricas – pontos e uma curva, com elementos algébricos – expressão algébrica, conceito considerado pelos alunos como muito abstrato, dissociado do seu mundo real.

No ensino médio, especificamente no 1º ano, pode-se dizer que o ensino da Função Quadrática consome cerca de vinte e cinco por cento das aulas ministradas neste período, uma unidade do ano letivo. Mesmo assim, não se atende à expectativa de uma Aprendizagem Significativa por parte dos alunos, quando este conteúdo é abordado de forma tradicional, com exemplos retirados dos livros didáticos e explicados na lousa pelo professor. Um ensino dessa forma nem sempre contribui para que o aluno perceba a presença da Matemática em

---

[1] É vasta a produção científica em torno da educação matemática neste país, principalmente no que se refere a utilização de softwares no ensino da matemática. O software Modellus, que foi utilizado neste trabalho é de autoria de um português, o Vitor Duarte Teodoro.

sua vida. Essa situação se repete freqüentemente nas escolas públicas[2] que nem sempre, no seu planejamento pedagógico, priorizam atividades matemáticas que contemplem uma associação da Matemática com o mundo real, bem como a utilização de outros recursos didáticos que não sejam somente aulas expositivas e modelos na lousa. Até as escolas públicas de Salvador que dispõem de laboratórios de informática, não possuem um projeto pedagógico de ensino da Matemática em ambientes informatizados.

Favorecer ao aluno uma experimentação com os conceitos de função quadrática pode ser possível se for utilizada uma tecnologia adequada, orientada por uma concepção de aprendizagem voltada para a aprendizagem escolar, como um Objeto de Aprendizagem e a Teoria da Aprendizagem Significativa. Esse instrumento digital e essa Teoria embasam essa pesquisa, que procurou investigar a construção de significados atribuídos por alunos do ensino médio aos conceitos de função quadrática estudados através de um Objeto de Aprendizagem.

Objeto de Aprendizagem é um recurso digital que pode favorecer um ensino de conceitos matemáticos mais contextualizado, possibilitando ao aluno analisar o significado de cada conceito. Para o desenvolvimento desse Objeto foi utilizada como recurso a modelagem computacional e o software Modellus foi a ferramenta tecnológica.

1.1 O PROBLEMA

Como professora do ensino médio de um Colégio público de Salvador, através dos questionamentos dos alunos, da vivência em sala de aula e a partir das suas intervenções, observei que eles demonstravam dificuldades em interpretar os conceitos da função quadrática, como relacionar a parte algébrica, as equações, com a parte geométrica, os pontos e a curva (parábola) num plano cartesiano. Refletindo sobre essa realidade dos alunos frente ao ensino de função quadrática, essa pesquisa admite a seguinte questão norteadora:

---

[2] Dados fornecidos pela SEC – BA.

Como um Objeto de Aprendizagem pode contribuir para que alunos do Ensino Médio construam significados a sua aprendizagem no que se refere aos conceitos de Função Quadrática?

1.2 OS OBJETIVOS

No âmbito das pesquisas científicas, encontram-se trabalhos que sinalizam as contribuições do software Modellus para o ensino de Física como em Santos (2007) e Araújo (2005). O Modellus como software matemático necessita também ser explorado para o ensino de Matemática. Nessa perspectiva, propõe-se o objetivo geral:

Pesquisar e explorar a aplicabilidade do software Modellus para uma aprendizagem significativa de Função Quadrática com alunos da 1ª série do Ensino Médio.

E como objetivos específicos:

- Identificar os princípios, condições e considerações teóricas sobre aprendizagem significativa no ambiente escolar.
- Discutir a utilização da modelagem computacional na construção de objetos de aprendizagem para uma aprendizagem significativa de Função Quadrática.
- Explorar o Modellus enquanto perspectiva de software de objeto de aprendizagem para analisar as possibilidades dos alunos construírem significados.

1.3 MOTIVAÇÃO

A minha trajetória profissional iniciou-se em 1994, como aluna do Curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Católica de Salvador, no Projeto de Alfabetização de Adultos dos funcionários dessa mesma Universidade. O ensino de Matemática nesse projeto baseava-se em uma visão construtivista de aprendizagem. Através de situações problemas da realidade dos alunos, na faixa etária entre 40 e 50 anos, exploravam-se os conteúdos de Matemática. Essa abordagem de ensino possibilitou ter um contato com uma metodologia matemática diferente da que até então conhecia. Após esse trabalho, comecei a lecionar Matemática nos níveis fundamental e médio, procurando utilizar atividades lúdicas e contextualizadas provenientes do projeto.

Os eventos organizados pela Universidade, como Semana de Matemática e os encontros para lançamentos de livros ofereciam oportunidades de atualização da didática da Matemática. Nesses eventos, ocorriam exposições de materiais concretos, como jogos, e também aconteciam discussões com propostas de metodologias matemáticas que fossem mais atrativas para o aprendiz.

No decorrer da minha trajetória acadêmica e profissional, priorizei adquirir conhecimentos de como trabalhar uma matemática acessível a todos os alunos, pois acredito que os alunos não precisam ter mais habilidade para a disciplina para poderem compreendê-la melhor. Alguns alunos são bem mais sucedidos em Artes, outros em Biologia, porém não lhes pode ser negado o direito de aprender Matemática de forma significativa, independente deles possuírem vocação para a disciplina.

Após concluir o Curso de Licenciatura em Matemática, no ano de 2000, ingressei no Estado como professora de Matemática do Colégio Estadual Severino Vieira, onde permaneço até hoje. Nesse Colégio, trabalhando com alunos do ensino médio, venho questionando a minha prática docente a partir de inquietações dos meus alunos. Embora desenvolvesse atividades que promoviam uma melhor aproximação da Matemática no aluno como feiras de conhecimento e aulas expositivas participativas, percebi que os alunos não conseguiam construir uma aprendizagem significativa dos conceitos matemáticos. Às vezes, no término de uma unidade, o aluno não conseguia aplicar o conteúdo estudado na resolução de um problema. Essa situação era mais evidente quando se tratava de conceitos como funções, que envolviam curvas na sua representação gráfica, como função quadrática e função exponencial, ensinadas na 1ª série do Ensino Médio. Então, percebi que só atividades diferentes não eram suficientes para atenuar as dificuldades dos alunos. Era necessário estudar com mais detalhes a situação. Nesse sentido, decidi fazer essa pesquisa.

1.4 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Para atender ao problema e aos objetivos, a abordagem metodológica da pesquisa é de natureza qualitativa, um estudo de caso com observação participante. Foram desenvolvidas simulações e animações, com os recursos da modelagem computacional e da ferramenta tecnológica o software Modellus, para compor o objeto de aprendizagem. A investigação foi realizada com sete sujeitos em 10 encontros (dois meses e três semanas), no Colégio Estadual Severino Vieira, em Salvador no Estado da Bahia. Através do pré-teste e pós-teste, fichas de observação, registro fotográfico, depoimentos escritos dos sujeitos nas atividades e a aplicação da técnica do grupo focal, foi possível adquirir os dados da pesquisa.

1.5 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

A dissertação que apresenta os resultados desta pesquisa organiza-se da seguinte forma:

No primeiro capítulo, apresenta-se uma introdução da pesquisa, o problema, os objetivos, a trajetória profissional e acadêmica da autora deste trabalho que conduziram à escolha do tema, a motivação. Ainda nesse capítulo constam aspectos metodológicos do trabalho e a organização da dissertação.

No segundo capítulo, aborda-se o recurso utilizado no desenvolvimento do Objeto de Aprendizagem, a Modelagem Computacional. Para iniciar esse assunto, define-se modelos e modelos matemáticos seguido de uma discussão sobre a importância da modelagem computacional no ensino. Finalizam esse capítulo considerações sobre o Software Modellus e a Função Quadrática que possibilitaram a construção do Objeto.

No terceiro capítulo, discute-se uma definição da Teoria da Aprendizagem Significativa, na concepção de Ausubel (1986), Novak (1981) e Moreira (1999). Apresentam-se, também, as duas condições para que ocorra uma aprendizagem significativa na visão ausubeliana, o conceito e a origem dos subsunçores, as características de um material potencialmente significativo e o papel dos organizadores prévios na construção de uma aprendizagem significativa.

No quarto capítulo, aborda-se a inserção de objeto de aprendizagem no ensino de Matemática, apresenta considerações sobre o uso de tecnologias no ensino de Matemática dos documentos oficiais do Ministério da Educação e Cultura - MEC, como os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNEM e Orientações Curriculares para o Ensino Médio – OCEM. Faz-se uma explanação da metodologia aplicada, define-se pesquisa qualitativa e estudo de caso. Descreve-se a modelagem computacional aplicada no desenvolvimento das simulações. Também faz parte desse capítulo uma apresentação da análise dos dados e modelos do processo de significação dos sujeitos. Como organização desse capítulo, optou-se em exibir os dados coletados em cada encontro, seguido de análise.

Nas considerações finais, discutem-se os resultados da pesquisa, sinalizando os significados da função quadrática adquiridos pelos alunos através do estudo com um objeto de aprendizagem.

CAPÍTULO II

> A adoção de modelos matemáticos no ensino, seja na forma de apresentação, seja no processo de criação, dimensionados de forma adequada à realidade das comunidades escolares, incorporando novas tecnologias, sem deixar de preservar identidades culturais, é um meio que propicia ao aluno atingir melhor desempenho, tornando-o um dos principais agentes de mudanças (BIEMBENGUT, 2003, p. 125).

2. MODELAGEM COMPUTACIONAL: UM RECURSO PARA A CONSTRUÇÃO DE UM OBJETO DE APRENDIZAGEM

Os conceitos tratados na FQ – Função Quadrática são relações entre figuras geométricas (como pontos e a curva parábola) com elementos algébricos (equações). A compreensão destes conceitos exige um nível de abstração por sua complexidade, o que dificulta a aprendizagem dos alunos. Para minimizar essa dificuldade, propõe-se um ensino de FQ que pode ser significativo para o aprendiz, através de uma experimentação com esses conceitos, tornando concretas situações da realidade, geralmente apresentadas na lousa.

Essa experimentação pode ser proporcionada através de um Objeto de Aprendizagem[3], um instrumento digital voltado para o estudo de um determinado conceito. Esse Objeto pode ser na forma de simulações e de modelos matemáticos implementados em um sistema computacional possibilitando uma visualização da utilização e da presença de FQ - Função Quadrática e parábolas em situações da realidade, como também explorar particularidades da FQ através de suas representações gráfica, algébrica e numérica.

Para essa pesquisa foi desenvolvido um Objeto de Aprendizagem, composto por três simulações de situações da realidade construídas pela pesquisadora e de atividades que envolvem a exploração de modelos de FQ no Software Modellus, o sistema computacional escolhido para a implementação dos modelos. A aplicação desse Objeto no ensino necessita de uma teoria de aprendizagem que oriente o processo educacional. Nesse sentido, a Teoria da Aprendizagem Significativa foi escolhida e será abordada no próximo capítulo.

3 No capítulo III Objeto de Aprendizagem será melhor abordado

Para a construção desse objeto foi utilizado como recurso a modelagem computacional, tema desse capítulo. Inicia-se discutindo sobre a concepção de modelos, segue-se com uma explanação sobre modelos matemáticos, discute-se a importância da Modelagem Computacional no ensino. Finalizando o capítulo, tem-se abordagens sobre o Software Modellus e FQ, que possibilitaram a construção do OA.

2.1 MODELOS E MODELOS MATEMÁTICOS

O processo de modelagem computacional requer modelos que possam ser inseridos em um sistema computacional. Existem várias concepções do que venha a ser um modelo. Para autora da Área de Educação Matemática:

"O Modelo é uma imagem que se forma na mente, no momento em que o espírito racional busca compreender e expressar de forma intuitiva, uma sensação, procurando relacioná-la com algo já conhecido, efetuando deduções" (BIEMBENGUT, 2003, p. 11).

Na Área de Modelagem Computacional Aplicada a Educação, modelo é uma forma de reproduzir algo: "Um modelo pode ser visto como um novo mundo construído para representar fatos/eventos/objetos/ processos que acontecem no nosso mundo ou num mundo imaginário" (SAMPAIO, 1998, p.1). Ou ainda: "Um modelo pode ser visto como um intermediário entre as abstrações da teoria e as ações concretas da experimentação; e que ajuda a fazer predições, guiar a investigação, resumir dados, justificar resultados e facilitar a comunicação" (FERRACIOLI, 2006, p. 2).

Das concepções apresentadas pode-se afirmar que um modelo é uma representação de algo, real ou imaginário construído a partir de uma observação empírica ou não. Um modelo também pode ser considerado como uma simulação de uma estrutura, de um padrão, de um ideal a ser alcançado ou ainda do tipo modelo simbólico, que é uma representação de uma situação, como os Modelos Matemáticos: "Um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou problema de situação real, denomina-se Modelo Matemático" (BIEMBENGUT, 2003, p. 12).

Matos (1995) define um modelo matemático como uma forma de representar a matemática de uma situação, seja esta uma situação concreta, idéia, objeto ou fenômeno. Para realizar esta representação, pode-se valer de objetos, relações e estruturas da Matemática como tabelas, gráficos, figuras geométricas. Embora as variedades de aspectos que um modelo matemático apresenta geralmente têm variáveis e relações entre estas. Teodoro complementa:

> Um modelo é uma representação simplificada de uma realidade, conservando apenas as suas principais características. Um modelo matemático, é uma forma específica de representação, se vale de objetos matemáticos como são as funções, os vetores, as figuras geométricas (VEIT & TEODORO, 2002, p. 88).

Uma função quadrática na forma $f(x) = ax^2+bx+c$ é um modelo matemático que pode traduzir alguma situação-problema ou um fenômeno real. Para se chegar a esse modelo seguiu-se um processo chamado de modelagem, que consiste na construção de um modelo. A modelagem pode ser desenvolvida em um sistema computacional, na criação de simulações de um modelo. A simulação de um modelo matemático tem por finalidade imitar o comportamento de uma parte deste modelo, como explica Steed citado em Sampaio :

> Modelos são uma representação de estruturas, enquanto que a simulação infere um processo de interação entre as estruturas que compõem o modelo com o objetivo de criar um comportamento (1999, p.2).

Situações-problema, fenômenos reais, construção de gráficos, dentre outras, e os respectivos modelos matemáticos que as caracterizam, podem servir de modelos para simulações que poderão ser implementadas em softwares matemáticos como o Modellus. Essa implementação denomina-se Modelagem Computacional.

2.2 A MODELAGEM COMPUTACIONAL APLICADA AO ENSINO

A Modelagem Computacional consiste no desenvolvimento de um modelo em um sistema computacional apropriado. Vários trabalhos tem sinalizado as contribuições do uso da modelagem computacional no ensino de Biologia (PEREIRA & SAMPAIO, 2008; MULINARI & FERRACIOLI, 2006) e no ensino de Física (CAMILETTI & FERRACIOLI, 2001; NETO et al, 2005; VEIT, 2005; TEODORO, 2002; RODRIGUES & TAVARES, 2005).

A aprendizagem significativa defende uma participação ativa do aluno em uma atividade que une sua competência cognitiva e seus conhecimentos prévios, processo que estimula a sua reelaboração pessoal. A modelagem computacional coloca o aluno como agente de sua própria aprendizagem:

> E vemos na modelagem computacional um duplo viés: por um lado, um processo em que o aprendiz elabora internamente o conhecimento, na medida que constrói as suas próprias animações interativas (necessidade de se expressar coerentemente entre o conhecimento científico e quadros da sua estrutura cognitiva, de modo a representar a realidade). Por outro lado, caso ele use uma animação pronta, poderá executar definidamente em quanto deseja, até sentir-se confortável diante das novas informações, podendo apropriar-se delas transformando-as em um conhecimento (TAVARES & RODRIGUES, p. 34, 2005)

Conforme Veit & Teodoro (2002), a modelagem computacional tanto contribui para o desenvolvimento cognitivo do aluno, porque facilita a construção de relações e significados possibilitando uma aprendizagem construtiva, como também:

1 Aumenta a capacidade cognitiva do aluno, exigindo que eles pensem em um nível mais elevado, generalizando conceitos e relações;
2 Oferece a oportunidade aos alunos de experimentarem seus próprios modelos cognitivos, perceberem e corrigirem seus erros;
3 Fornece certa autonomia aos estudantes para que eles definam suas próprias ideias.

Sampaio (1999) considera que a utilização da modelagem computacional no ensino da Matemática enfatiza três perspectivas: construção do conhecimento em Ciências, explicitação e refinamento das representações mentais sobre um conhecimento e a percepção do mundo a partir de uma visão dinâmica de sistemas.

Atividades de modelagem computacional, para atender essas perspectivas são classificadas em dois tipos: atividades expressivas e exploratórias. Atividades expressivas são modelos construídos pelo aluno através de um sistema computacional. O professor pode construir os modelos previamente com a finalidade dos alunos explorá-los. Neste caso, as atividades são exploratórias. Em Ogborn citado em Ferracioli & Victor (1988) encontramos uma explicação que diferencia essas atividades:

> É possível resumir a diferença entre atividades exploratórias e expressivas. As atividades exploratórias podem ser vistas como uma forma de perguntar ao aprendiz ”Você pode entender o pensamento de outra pessoa sobre o problema?” enquanto atividades expressivas são uma forma de perguntar“ Você pode entender seu próprio pensamento sobre o problema?” (OGBORN, FERRACIOLI & VICTOR, 1988, p. 5).

O uso de uma ferramenta que possa descrever as curvas dinamicamente, permitindo o aluno interagir com as simulações, ao mesmo tempo em que observa os gráficos sendo traçados, como pode ser feito no Modellus, poderá facilitar a compreensão da Função Quadrática, por se tratar de um software específico para a construção de gráficos a partir da modelagem de suas funções. Softwares e linguagens de programação são exemplos de mídias que possibilitam a modelagem computacional. No entanto, os softwares são os mais utilizados, devido à facilidade de manipulação. O Modellus é um desses sistemas de modelagem que está sendo utilizado no desenvolvimento de simulações pedagógicas que compõem o OA instituído para essa pesquisa.

2.3 SOFTWARE MODELLUS E MODELOS MATEMÁTICOS: PREMISSAS PARA A MODELAGEM COMPUTACIONAL

Antes de realizar a modelagem computacional considera-se pertinente uma análise do Software Modellus, a ferramenta tecnológica e um estudo do objeto matemático que se constituirá como modelos matemáticos a Função Quadrática – FQ.

2.3.1 MODELLUS: UM SOFTWARE DE MODELAGEM COMPUTACIONAL

O software Modellus é um sistema de modelagem computacional, que permite a construção de simulações de situações da realidade. Este software foi criado por Vitor Duarte Teodoro, da Faculdade de Ciência e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Portugal. Trata-se de um sistema disponível na Internet, que pode ser adquirido gratuitamente[4], com interfaces em português brasileiro e em outros idiomas como inglês, espanhol, eslovaco, grego, português de Portugal. A repercussão do software na comunidade internacional forneceu-lhe prêmios como o “1996 Software Contesto of the Journal Comnputer in Physics”, organizado pela “American Physical Society”; 1º prêmio da Categoria de Ciência do Concurso Nacional de Software Microsoft 1998, em Lisboa, Portugal e ainda, em 1998, foi o finalista da US Software Publishers Association – SPA.

No Brasil, o Modellus foi utilizado em trabalhos científicos, relacionados com o ensino de Física, como o trabalho de Santos (2007), Araujo (2002), Tavares (2005), Veit (2002). Até o momento, não foram encontradas pesquisas científicas sobre o ensino da Matemática auxiliado por simulações no Modellus.

O Modellus é uma ferramenta que descreve a curva da parábola dinamicamente, permitindo ao aluno interagir com o movimento da figura geométrica ao mesmo tempo em que observa o gráfico sendo traçado. Essa interação pode condicionar os alunos a uma reestruturação dos seus conhecimentos prévios sobre função quadrática, o que David Ausubel considera essencial para que ocorra uma Aprendizagem Significativa.

Esse software é direcionado ao ensino e aprendizagem de Matemática, Física e Química. Alunos e professores podem realizar experiências com modelos matemáticos, controlar as variáveis tempo, velocidade e distância, analisar a variação da função e a respectiva representação gráfica, preparar animações e

[4] Para acessar utilize o endereço: HTTP://Phoenix.sce.fct.unl.pt/modellus. Acesso em: 2 mar 2006.

utilizar os exercícios já propostos ou criar o seu próprio exercício. O usuário não precisa aprender nenhuma linguagem especial de programação porque a sintaxe da escrita é bem parecida à utilizada na escrita de um modelo no papel, tanto para as funções quanto para as equações diferenciais ordinárias. A seguir, tem-se figuras que ilustram as interfaces do Modellus:

.

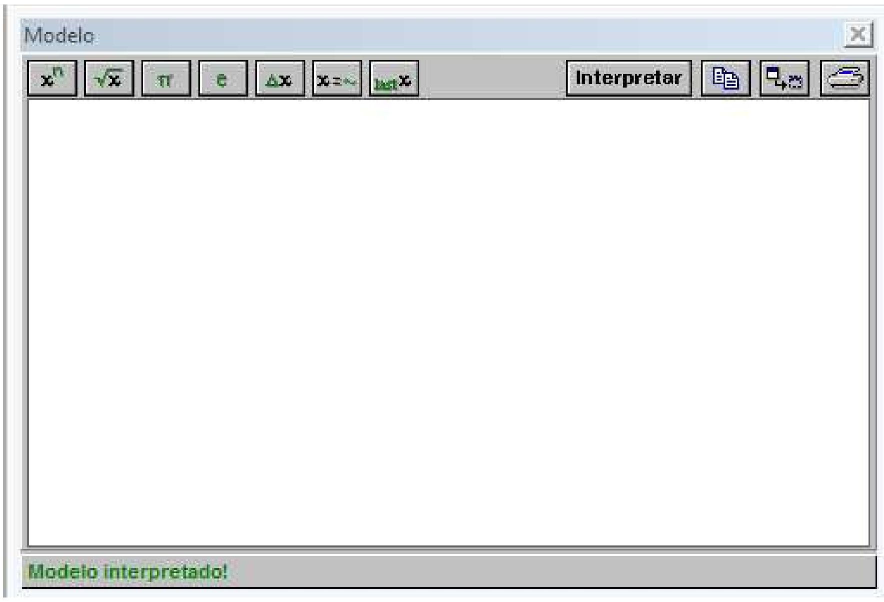


Figura 1: Janela Modelo do software Modellus
Fonte: Própria

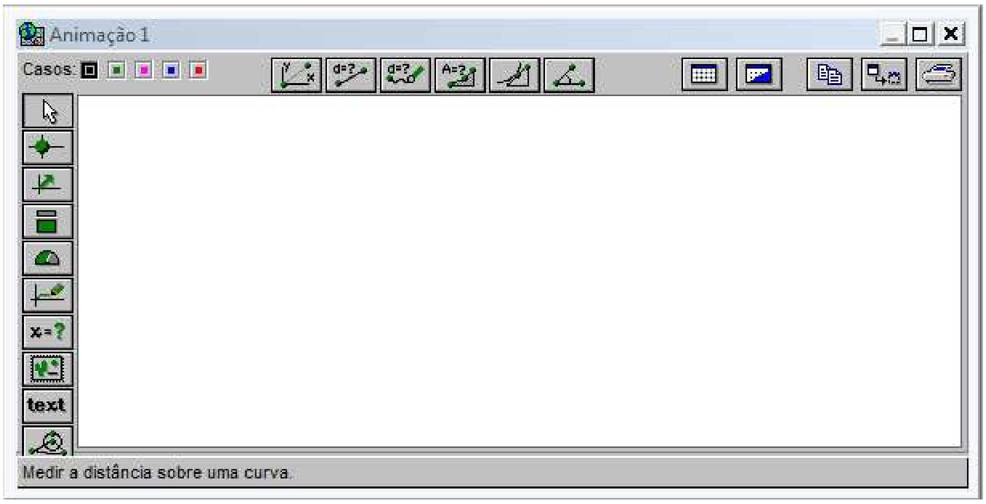


Figura 2: Janela Animação do software Modellus
Fonte: Própria

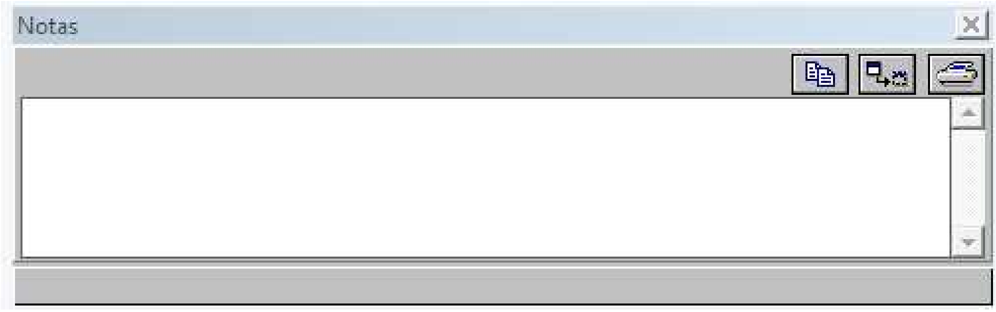


Figura 3: Janela Notas do software Modellus
Fonte: Própria

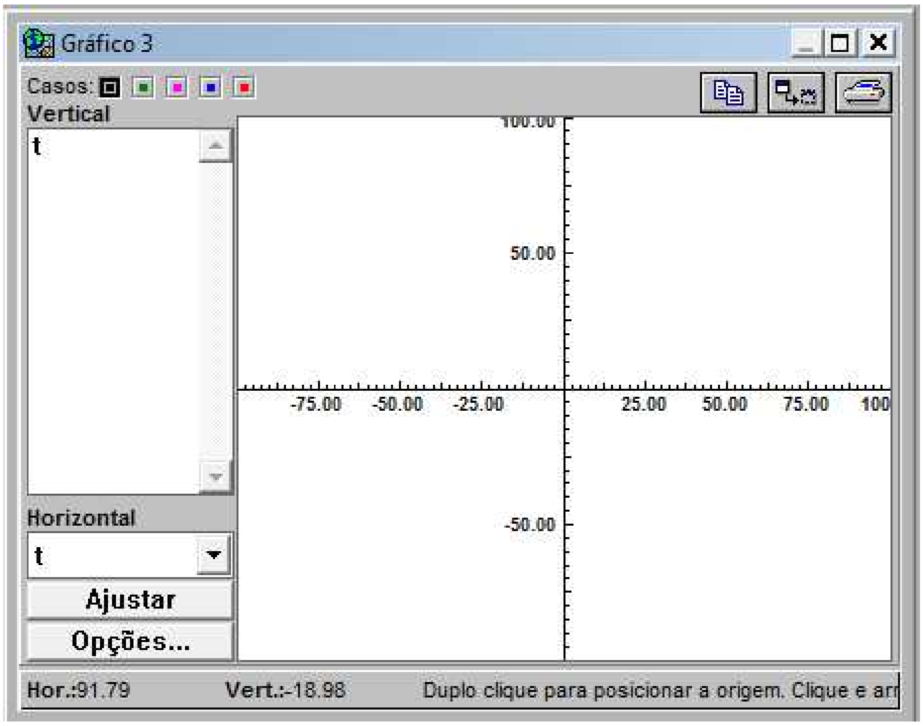


Figura 4: Janela Gráfico do software Modellus
Fonte: Própria

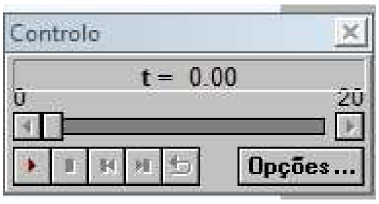


Figura 5:Janela Condições Iniciais do software Modellus
Fonte: Própria

O software Modellus como ferramenta computacional permite ao usuário fazer e refazer representações explorando sobre as mais diversas perspectivas. A principal atribuição deste software é a de possibilitar experiências com modelos matemáticos, onde a interpretação do significado desses modelos é mais importante do que seus cálculos. Simulações pedagógicas desempenham um papel fundamental na interpretação de significados.

Além do recurso tecnológico, para a modelagem computacional de um modelo é necessário um estudo profundo do objeto matemático que se pretende explorar, no caso dessa pesquisa a Função Quadrática. Esse estudo tem por finalidade compreender melhor os modelos matemáticos que emergirão de modelos da realidade e uma interpretação dos tipos de função quadrática que constituem também modelos matemáticos (como representações simbólicas).

2.3.2 A FUNÇÃO QUADRÁTICA

Zeichner argumenta que: “Os educadores precisam conhecer sua disciplina e saber transformá-la de modo a ligá-la àquilo que os alunos já sabem, a fim de promover melhor compreensão” (2003, p.47). O que confere com os princípios ausubelianos para uma Aprendizagem Significativa. Pensando assim, apresentam-se alguns conceitos ligados a FQ ainda pouco explorados no ensino médio, que poderão contribuir para a definição dos modelos matemáticos para as simulações e para que os docentes possam identificar melhor os conceitos subsunçores pertinentes a uma AS de FQ.

Poucos livros trazem as considerações que serão apresentadas a seguir, que a parte algébrica de uma FQ acarreta mudanças na parte gráfica e vice-versa. A maioria dos livros didáticos apresenta FQ apenas como f(x) = ax^2+bx+c, denominada de forma reduzida, deixando de lado outras duas formas, que poderão auxiliar no desenvolvimento de conceitos como demonstração das relações que encontramos os vértices e as raízes de uma FQ. Uma dessas formas é chamada de forma canônica, que é f(x) = a $\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a^2}\right]$, onde a, b, c são números reais.

A outra forma de escrever uma FQ se deriva da forma canônica f(x) = a $\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a^2}\right]$, que pode ser simplificada, considerando m = $-\frac{b}{2a}$ e k = $\frac{4ac-b^2}{4a^2}$, percebemos que k = f(m) e F(x) =a $(x-m)^2$ + k.

A importância das várias representações de uma FQ se dá por vários motivos que podem contribuir para uma melhor compreensão da FQ. Um deles é mostrar para o aluno que o objeto matemático função quadrática tem um significado, que é uma relação de dependência entre variáveis e que existem múltiplas formas de representá-lo. As fórmulas de achar os vértices ($-\frac{b}{2a}$, $\frac{-\Delta}{4a}$) e as raízes x = $\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, podem ser deduzidas a partir dessas duas formas de uma FQ ganhando assim mais sentido.

Uma FQ definida por f(x) = ax^2, a # 0 apresenta duas características, que ajudam a melhor entendê-la:

- Todas as parábolas deste tipo de FQ apresentam o mesmo vértice (0,0) e o mesmo eixo de simetria.

- O valor do coeficiente **a** influencia na representação gráfica da FQ abertura da parábola. Quanto maior o valor absoluto de **a**, menor será a abertura da parábola e quanto menor o valor absoluto de **a** maior a abertura da parábola. A figura 6 mostra o modelo implementado no software Modellus da função $y= ax^2$ e a figura 7 exibe os respectivos gráficos das funções.

Figura 6: A função $y=ax^2$
Fonte: Própria

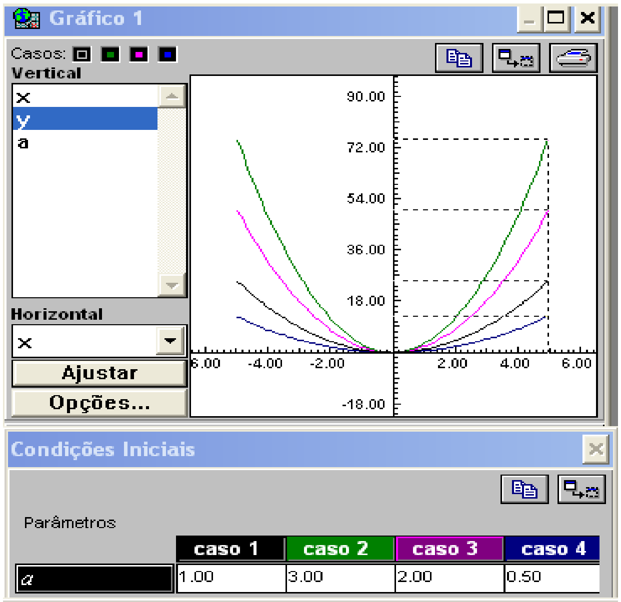


Figura 7: Gráficos de função do tipo $y=ax^2$
Fonte: Própria

Para FQ definida por $f(x) = ax^2+c$, com a # 0, temos duas considerações a ressaltar:

- Para a > 0 ou a < 0, o ponto mínimo ou o ponto máximo será sempre (0, k).
- O gráfico de $f(x) = ax^2+c$ é congruente ao gráfico de $f(x) = ax^2$ o valor de c interfere na sua posição. Se c for positivo, o gráfico de $f(x) = ax^2+c$ estará a c unidades acima do gráfico de $f(x) = ax^2$. Se c for negativo o gráfico de $f(x) = ax^2+c$ estará a c unidades abaixo do gráfico de $f(x) = ax^2$

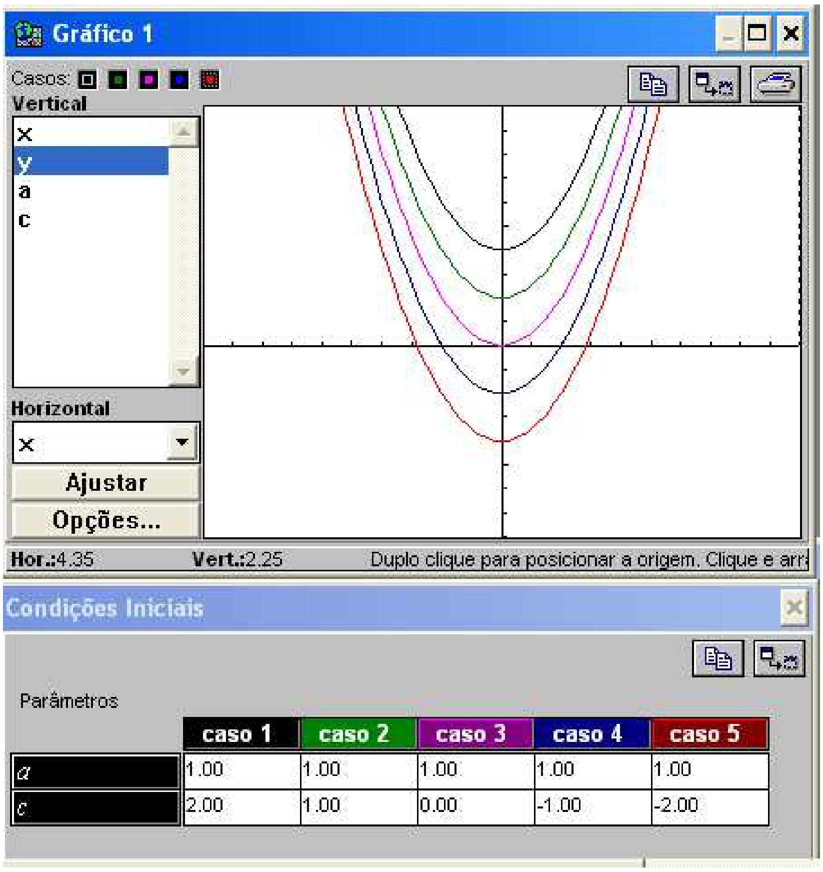


Figura 8: Gráficos de funções do tipo y=f(x)=ax²+c
Fonte: Própria

Figura 9: A função y= f(x) = ax²+c na janela Modelo
Fonte: Própria

Em relação ao gráfico de uma FQ definida por $f(x)=a(x-m)^2$, com a # 0 duas observações interessantes:

- O gráfico de $y = a(x-m)^2$ é congruente ao gráfico de $y = ax^2$, embora sua posição esteja a *m* unidades à direita do gráfico de $y = ax^2$, se *m* for positivo ou a *m* unidades à esquerda do gráfico de $y = ax^2$ se o valor absoluto de m for negativo, como veremos na figura 10.

- O ponto máximo ou mínimo será (m,0) conforme o sinal de a.

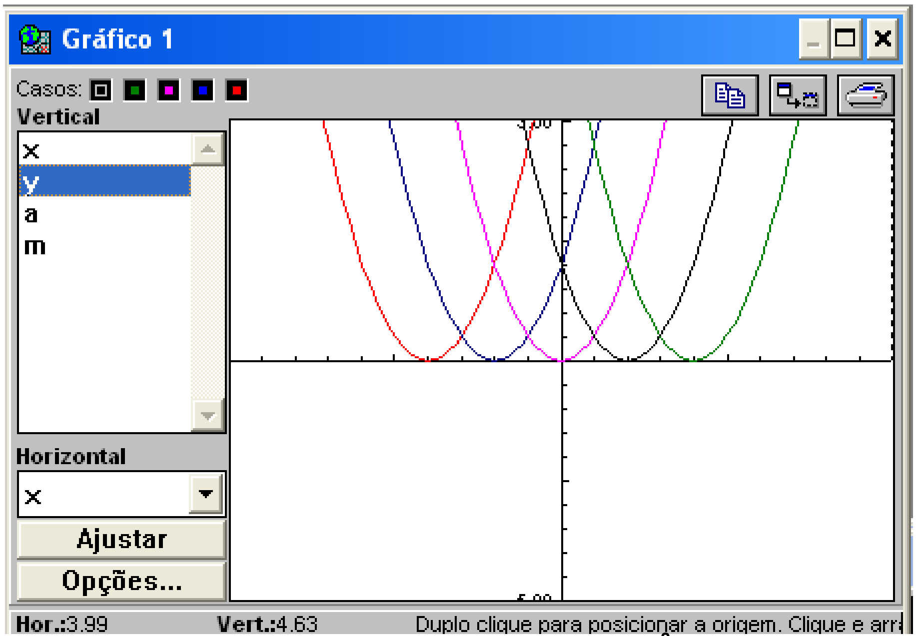
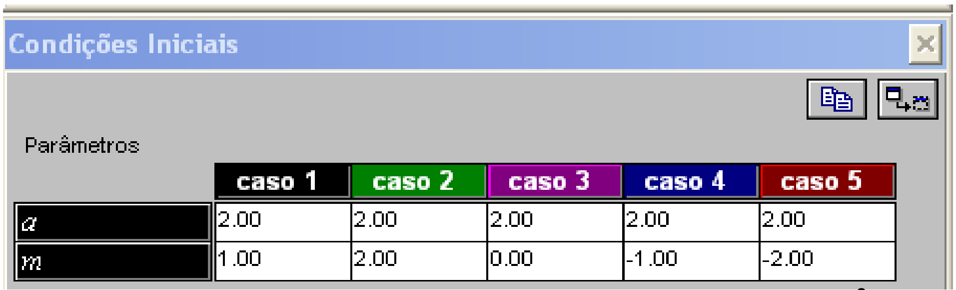


Figura 10: Gráficos de função do tipo y= f(x)=a(x-m)^2
Fonte: Própria



Condições Iniciais

Parâmetros

	caso 1	caso 2	caso 3	caso 4	caso 5
a	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00
m	1.00	2.00	0.00	-1.00	-2.00

Figura 11: Valores para os coeficientes a, b e c y=f(x)=a(x-m)^2
Fonte: Própria

Figura 12: A função y=f(x)=a(x-m)^2
Fonte: Própria

Sobre a FQ definida por f(x) = a(x-m)^2+k, com a # 0 ressaltamos o seguinte:

- O vértice da parábola é (m,k)

- O valor de m determina quantas unidades à direita ou à esquerda de $y = ax^2$ o gráfico de $f(x)=a(x-m)^2+k$ estará.
- A posição de $f(x)=a(x-m)^2+k$ acima ou abaixo do gráfico de $f(x)=ax^2$ é definida com o valor de k.

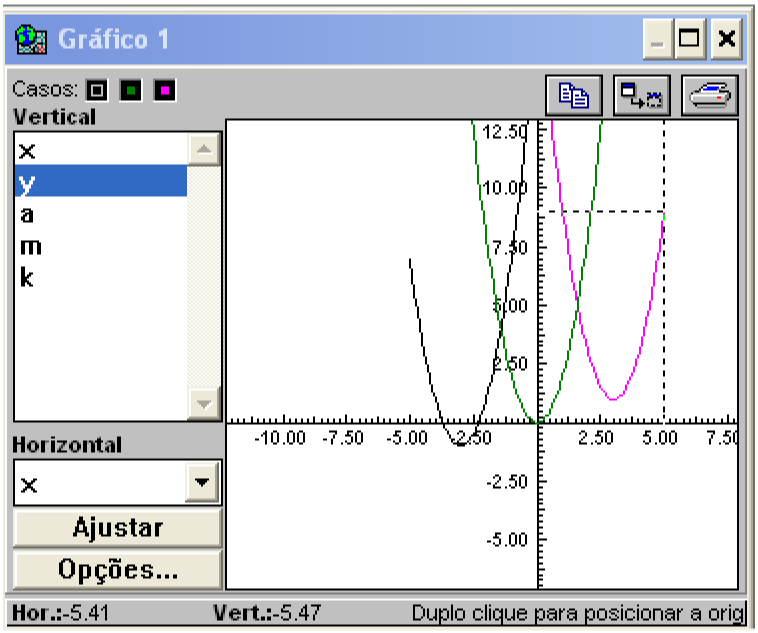


Figura 13: Gráficos de funções do tipo $y=a(x-m)^2$
Fonte: Própria


Condições Iniciais

Parâmetros

	caso 1	caso 2	caso 3
a	2.00	2.00	2.00
m	-3.00	0.00	3.00
k	-1.00	0.00	1.00

Figura 14: Valores para os coeficientes a, m e k para $y=f(x)=a(x-m)^2+k$
Fonte: Própria

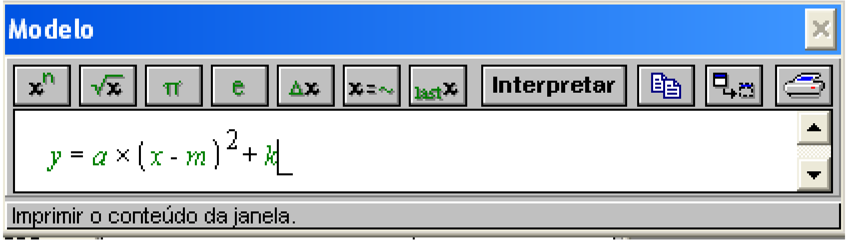


Figura 15: A função $y=f(x)=a(x-m)^2+k$
Fonte: Própria

As vantagens de conhecer as particularidades de FQ apresentadas acima são muitas. Os alunos poderão analisar os tipos de FQ e o modelo dos seus respectivos gráficos para, inicialmente, estudarem conceitos como as raízes, coordenadas dos vértices, eixo de simetria, domínio, imagem, sem fazer cálculos, ou antes que estes conceitos sejam formalizados. Para abordar FQ com essas particularidades, levar os alunos a perceber a importância desse conceito na sua vida, sem uma ferramenta tecnológica, torna-se uma tarefa muito cansativa para eles. O que contribui para uma desmotivação na aprendizagem, aumentando o mito de que a matemática é uma ciência restrita a alunos mais habilidosos.

Outro aspecto do ensino que vale ser ressaltado com o uso de simulações no ensino da Matemática é a oportunidade dos alunos utilizarem uma tecnologia, o computador, na sua educação escolar. São vários os autores que defendem o uso de tecnologia – programas computacionais, simulações pedagógicas realizadas nestes programas, calculadoras gráficas – na educação escolar. Conforme Valente (2002), a utilização de uma tecnologia em sala de aula é um recurso importante para promover uma melhor aproximação da Matemática com o aluno, por facilitar a descrição, a reflexão e a depuração das ideias e atividades que realizamos. Uma abordagem educacional dessa forma resulta num indivíduo mais criativo e com a capacidade para criticar construtivamente, pensar e aprender sobre aprender, trabalhar em grupo e conhecer melhor suas potencialidades, aumentando-lhe as chances de sobreviver melhor nessa sociedade do conhecimento e tecnológica em que vivemos. Além disso, levar uma mídia para sala de aula, "significa abrir a possibilidade dos alunos falarem sobre suas experiências e curiosidades nesta área" (BORBA; PENTEADO, 2005, p. 63).

CAPÍTULO III

3. UMA TEORIA DE APRENDIZAGEM ESCOLAR: APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA – AS

> Espero que essa teoria - Aprendizagem Significativa - contribua para a melhoria da educação e, dessa forma, para a melhoria da condição humana. À medida que a população continua a crescer e que o alimento e outros recursos se tornam cada vez mais escassos, os povos do mundo encontram desafios que nossos atuais esforços educacionais não podem resolver. Precisamos melhorar a qualidade da educação se quisermos que a raça humana sobreviva. Creio que somos capazes disso (JOSEPH NOVAK, 1981, p.1).

3.1. A TEORIA DE DAVID AUSUBEL

Uma melhor prática educacional que possa atenuar os problemas básicos em ensino aprendizagem, conforme Novak (1981), pode ser alcançada através de uma teoria educacional e de novas práticas educacionais que possam emergir com base nesta teoria, que tenha como foco um modelo de aprendizagem humana. Conforme Ausubel (1980), a teoria principal da aprendizagem significativa revela que a aprendizagem do aluno está incorporada na sua estrutura cognitiva e depende do que o aluno já conhece. Esses conhecimentos anteriores, considerados como conceitos estáveis e relacionáveis existentes são chamados de subsunçores ou conceito âncora ou ainda conceitos de esteio (TAVARES, 2005). O novo conhecimento representa um novo significado para o aprendiz e o conhecimento prévio fica mais rico, "mais diferenciado, mais elaborado em termos de significados, e adquire mais estabilidade" (MOREIRA, 1999, p. 85).

Ensinar considerando o que o aluno já sabe envolve questões profundas.

> Significa identificar os elementos existentes no estoque de conhecimentos do aprendiz que são relevantes ao que esperamos ensinar, ou, em termos ausubelianos, identificar os conceitos de

> subsunções[5] relevantes já existentes na estrutura cognitiva do aprendiz (NOVAK, 1981, p. 9).

Estrutura cognitiva para Ausubel é um armazenamento organizado de informações no cérebro, formado por articulações de elementos mais antigos e mais recentes encaminhando a uma hierarquia conceitual. Esse processo acontece quando elementos menos importantes de conhecimentos são unidos a conceitos maiores “mais gerais e mais inclusivos”. A estrutura cognitiva reflete “a armação” a base de sustentação de conceitos organizados hierarquicamente oriundos da experiência sensorial do indivíduo. Com relação a essa experiência, pode-se afirmar que cada pessoa tem uma forma peculiar de sentir a influência dos conceitos. Porém, as diferenças de conceitos entre as pessoas não impede a comunicação e uma aproximação conceitual de ambas: “Todo elemento específico na estrutura cognitiva de uma pessoa seja idiossincrática” (NOVAK,1981,p.10)

A partir aquisição de nova experiência, um novo conhecimento é relacionado a conceitos presentes na mente do indivíduo. Acontece uma elaboração ou modificação, que podem ser relacionadas a um conjunto maior de novas informações numa próxima aprendizagem. É como se houvesse um progresso, uma evolução conceitual das idéias preexistentes na mente do indivíduo. A partir do momento que se adquirem novas experiências e se agregam novos conhecimentos, passa-se a um novo estágio de informações em um nível maior. Esse estágio de informação serve, auxilia uma aprendizagem subsequente e assim por diante. Para que ocorra essa evolução conceitual, Ausubel (1980) enfatiza que é necessário “Determinar o que o aprendiz já sabe”. Sejam determinados os conceitos relevantes que ele tem e avaliar o quanto estão diferenciados.

A expressão de Ausubel (1980) “ensine-o de acordo” consiste num diagnóstico preliminar para que ocorra uma aprendizagem significativa. Esta acontece quando uma nova informação é associada a conceitos existentes – conceitos subsunçores, como explica Novak:

---

5 O termo subsunçor equivale a inseridor ou subordinador. Não existe em português esse termo. Deriva da palavra inglesa “subsumer”.

> Uma nova informação adquirida por aprendizagem significativa é armazenada de forma um tanto alterada (como produto de assimilação com conceitos subsunçores) e modifica (diferencia mais) os subsunçores aos quais está ligada (NOVAK, 1981, p. 10).

Conceitos subsunçores podem variar em termos de “diferenciação” de um indivíduo para o outro, mesmo quando estes são submetidos ao mesmo material. Por exemplo, o binômio de Newton pode não ter sentido para um estudante de graduação em Biologia, mas para um estudante de graduação de Física, este conceito se relaciona a todo um conjunto de conceitos que vai desde os processos de regras dos produtos notáveis a resolução de expressões binominais simples como as quadráticas e cúbicas e a conseqüente aplicação do binômio de Newton em binômios quádruplos, quíntuplos, isto é a generalização.

A teoria de Ausubel é especificamente voltada para a aprendizagem de conceitos e muitas questões educacionais podem ser fragmentadas em fatores que lidam, principalmente, com a qualidade e extensão da diferenciação progressiva e da reconciliação integrativa de conceitos.

Para Novak (1981), diferenciação progressiva e reconciliação integrativa de conceitos juntamente com o conceito básico de AS podem ser usados para enfrentar muitas questões educacionais “em um novo sistema de referência”, isto é, sob outro olhar, adotando como parâmetro essas idéias chaves.

Diferenciação progressiva e reconciliação integrativa são conceitos pertinentes à teoria de assimilação de Ausubel. Conforme Moreira (1999), no processo da AS os conceitos prévios que se relacionam com o novo conhecimento são essenciais para atribuição de novos significados e vão se diferenciando progressivamente: “Vai se tornando cada vez mais elaborado, mais diferenciado, mais capaz de servir de âncora para a atribuição de significados a novos conhecimentos. Este processo característico de dinâmica da estrutura cognitiva chama-se diferenciação progressiva” (MOREIRA, 1999, p.7).

A reconciliação integrativa refere-se à relação entre subsunçores. O encadeamento de relações entre ideias, conceitos, proposições, presentes na estrutura cognitiva do aluno. Esses conceitos que já estão firmes, bem compreendidos podem ser reorganizados e evoluirem a um ponto de o aluno perceber outras ampliações desses conceitos como explica Moreira (1999):

> Elementos existentes na estrutura cognitiva com determinado grau de clareza, estabilidade e diferenciação são percebidos como relacionados, adquirem novos significados e levam a uma reorganização da estrutura cognitiva (...) Essa recombinação de elementos, essa reorganização cognitiva, esse tipo de relação significativa, é referido como reconciliação integrativa (MOREIRA,1999, p. 8)

Alunos da terceira série do Ensino Médio apresentam o conceito de representação gráfica num plano cartesiano de uma função de maneira firme, estável. Geralmente, eles conseguem transportar de forma clara este conceito para os outros tipos de funções. Podemos afirmar que os alunos já reconciliaram integrativamente este conceito conforme a teoria de Ausubel (1980).

Praia (2000) afirma que para o desenvolvimento da Teoria da Aprendizagem significativa foi determinante estabelecer os processos pelos quais se adquirem as classes de aprendizagem do ponto de vista escolar. Apresenta e define quatro tipos de processos de aprendizagem que devem ser significativos:

- Aprendizagem por recepção: O conteúdo é apresentado de uma forma pronta, final. Apesar de ser um processo automático deve ser de caráter significativo.
- Aprendizagem por descoberta: O conteúdo não é dado para o aprendiz, ele tem que descobrir e construí-lo incorporando significamente a sua estrutura cognitiva.
- Aprendizagem mecânica ou repetitiva: Nesse tipo de aprendizagem, o indivíduo adquire informações que não se relacionam com os conceitos existentes na sua estrutura cognitiva. “O conhecimento é armazenado de forma arbitrária, não estabelecendo ligações com conceitos prévios” . (PRAIA, 2000, p. 146).
- Aprendizagem significativa: A nova informação ganha novos significados quando se relaciona com os conhecimentos a estrutura cognitiva do aprendiz, de forma não arbitrária e não-literal.

Aprendizagem significativa na visão de Moreira & Masini (2001) é um processo pelo qual o novo conhecimento se relaciona com um aspecto relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo. Trata-se de um mecanismo humano, para adquirir e armazenar as inúmeras e mais variadas informações e idéias contidas em qualquer campo de conhecimento.

No desenvolvimento de sua teoria, Ausubel (1980) definiu que a aprendizagem significativa pode ser de três tipos:

Aprendizagem representacional - É o tipo mais básico de todas e condiciona as outras. Está ligada a forma de nomear os objetos. Acontece quando igualam-se a nomeação do objeto e o seu correspondente significado.

Aprendizagem proposicional - Consiste no significado das ideias expressas por grupos de palavras combinadas em proposições ou sentenças. Esse tipo de aprendizagem assume três categorias distintas: Ou é subordinativa, ou superordenada ou combinatória. Vejamos cada uma delas:

Aprendizagem subordinativa – Ocorre quando uma nova proposição potencialmente significativa se relaciona com uma idéia particular, geral, abstrata, presente na estrutura cognitiva do aluno. Essa aprendizagem é considerada derivativa se o material de aprendizagem exemplifica ou reforça uma ideia preexistente na estrutura cognitiva do aluno. Aprendizagem correlativa é quando acontece “uma extensão, elaboração, modificação ou qualificação de proposições anteriormente adquiridas” (AUSUBEL, 1980, p.33).

Aprendizagem superordenada ou sobreordenada - se dá quando um novo conhecimento se relaciona com determinadas ideias subordinadas na estrutura cognitiva do aluno. Conforme Moreira citado por Praia:

> Quando conceitos ou proposições potencialmente significativos, mais abrangentes (mais gerais e inclusivos) são relacionados, passando a subordinar proposições ou conceitos já estabelecidos na estrutura de conhecimento, diz-se que ocorreu uma aprendizagem superordenada. Trata-se de um tipo de aprendizagem pouco freqüente, mas muito importante na formação de conceitos e na unificação e reconciliação integradora de proposições aparentemente não relacionadas ou conflituosas (p.126).

Aprendizagem de conceito: É um caso particular da aprendizagem representacional porque os conceitos, as ideias genéricas ou ideias categóricas são representadas por símbolos. Na teoria ausubeliana os conceitos têm papel fundamental.

Independente do tipo de aprendizagem significativa que possa ocorrer no ambiente escolar, é importante que o educador procure diagnosticar as idéias prévias dos alunos sobre o novo conhecimento a ser apresentado e verifique as condições adequadas para que ocorra esse tipo de aprendizagem.

3.2. CONDIÇÕES PARA UMA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Para que ocorra uma aprendizagem significativa, Ausubel (1980) apresenta duas condições:

- Vontade e disposição do indivíduo para a aprendizagem, que seja uma disposição para relacionar de forma não-arbitrária e substantiva o novo conhecimento com o que ele já sabe. Se o indivíduo não se dispuser a aprender, a aprendizagem será mecânica.
- O conhecimento a aprender seja potencialmente significativo, que se relacione com a estrutura cognitiva do aprendiz de modo intencional e não-arbitrário, o qual deve ter significado lógico. Essas condições distintas garantem a eficiência da Aprendizagem Significativa - AS.

A disposição para aprendizagem decorre do conceito "proporcionar" ou permitir que ocorra AS de alguns aspectos do conceito mais relevantes, capazes de serem generalizados. Disposição é uma condição intrínseca do aluno que depende do material de aprendizagem:

Ausubel enfatiza que:

> [...] se uma proposição é potencialmente significativa, se a intenção do aluno é memorizá-la arbitrária e literalmente (como uma série de palavras arbitrariamente relacionadas) tanto o processo de aprendizagem como um produto da aprendizagem serão automáticos. E inversamente, não importa se a disposição do aluno está dirigida para a AS, pois nem o processo, nem o produto da aprendizagem serão significativos se a tarefa de aprendizagem não for potencialmente significativa – ou seja, se não puder ser incorporada a estrutura cognitiva através de uma relação não arbitrária e substantiva (AUSUBEL, 2003, p. 34)

Disposição para a aprendizagem é diferente de motivação. Essa disposição defendida por Ausubel é um mecanismo de aprendizagem que supõe que o aluno tenha o desejo de compreender o significado de um conceito ou de apenas memorizá-lo para um um determinado fim, como, por exemplo, memorizar a fórmula para encontrar os zeros de uma FQ visando obter êxito em uma avaliação.

Segundo Ausubel (2003), três razões interferem na disposição do aluno em aprender – mecanismo de aprendizagem significativa. Os alunos costumam frequentemente memorizar os conceitos de uma matéria de aprendizagem potencialmente significativa devido ao fato de aprenderem, através de experiências mal sucedidas, que as suas respostas corretas que não estão em conformidade literal com a de seus professores são desconsideradas. Outra situação decorre da ansiedade ou de experiências mal sucedidas numa determinada disciplina. O aluno sente como se não tivesse competência para uma aprendizagem, compreender, restando-lhe apenas memorizar. Em Matemática, é frequente esta situação, o que se pode afirmar que os alunos possuem uma “baixa auto-estima” perante a aprendizagem significativa em Matemática. Além dessas duas razões, Ausubel chama a atenção para uma compreensão do significado natural do conceito. Os alunos não são incentivados a manifestarem suas reais dificuldades em compreenderem alguns conceitos quando estes lhe são apresentados. Decorar termos ou frases chaves pode ser mais aceitável por parte do professor porque é sinônimo de uma aprendizagem.

A não arbitrariedade está no material ser ou não potencialmente significativo para o aprendiz. Vale ressaltar que trata-se de processo interno de aprendizagem, ou seja, de um processo cognitivo de assimilação do conceito. Então, por não ser arbitrário esse processo, é que o conhecimento serve “como uma verdadeira pedra de toque para internalizar e tornar compreensível, com relativamente pouco esforço e poucas repetições, uma vasta quantidade de novos significados de palavras, conceitos e proposições” (NOVAK, 1981, p.55).

Ao se deparar com um conhecimento novo ou significados novos de conceitos, a única forma possível de aproveitá-los na internalização de novas idéias é relacionar estas de maneira não arbitrária aos subsunçores existentes. Novamente é lembrado o papel dos subsunçores no processo de uma AS.

A teoria de Ausubel refere-se muito aos subsunçores e à qualidade destes. Na próxima secção, apresenta-se uma discussão sobre a formação na estrutura cognitiva do aprendiz desse conceito elementar para uma compreensão e adequação de uma AS.

3.3. SUBSUNÇORES

Para Novak (1981), os termos subsunçor, conceito âncora e conceito têm o mesmo significado: “Um elemento organizado na estrutura cognitiva ao qual nova informação relevante pode ser incorporada” (NOVAK, 1981, p. 70).

Os subsunçores são conhecimentos prévios dos indivíduos e derivam da formação de conceitos que são adquiridos na infância. Através da experiência com os objetos, a criança vai adquirindo os atributos criteriais que caracterizam estes conceitos e seus rótulos linguísticos. Em crianças pequenas é que ocorre o principal processo de aquisição de conhecimento: A formação de conceitos. Essa aprendizagem é por descoberta que envolve experiências repetidas da criança com o objeto e a absorção de conhecimento de indivíduos mais adultos, como exemplifica Novak “Por exemplo, através de repetidos encontros com cães, cadeiras ou objetos quentes, assim rotulados por crianças mais velhas e adultos, a criança pequena, gradualmente, descobre os atributos criteriais que caracterizam estes conceitos e seus rótulos linguísticos” (NOVAK, 1981, p.59).

Depois da experiência da criança e do aproveitamento das experiências de indivíduos mais velhos, a criança pode ter adquirido milhares de conceitos – vocabulário funcional da criança – através da formação de conceitos, a diferenciação adicional destes e o desenvolvimento de novos continua através da assimilação de conceitos. No início da idade escolar, a criança, quer dizer supõe-se que a maior parte das crianças, tem uma estrutura conceitual suficiente para aceitar a ocorrência da aprendizagem receptiva significativa embora ainda possa vir a ocorrer uma formação de conceitos ocasionalmente: “A maioria dos novos conceitos é adquirido através de assimilação de conceitos, diferenciação progressiva e reconciliação integrativa” (p. 59).

Os subsunçores constituem o cerne do processo de assimilação do conhecimento na teoria ausubeliana de aprendizagem. A característica principal desse processo é a interação. O subsunçor não é um ímã que fixa na mente as informações de forma indiscriminada. Novak (1981) acentua que ocorrem interações e sucessivas transformações neste processo de subsunção dos conceitos:

> O papel de um conceito subsunçor na AS é interativo, facilitando a passagem de informações relevantes através das barreiras perceptivas do indivíduo, e fornecendo ligação entre a nova informação recém-percebida e o conhecimento previamente adquirido. Além disso, durante esta ligação o conceito subsunçor é ligeiramente modificado e a informação armazenada é também um pouco alterada (NOVAK, 1981, p.63).

Conforme vai acontecendo uma AS, o desenvolvimento e a elaboração de conceitos subsunçores também ocorrem. Para Ausubel (1980), o desenvolvimento de conceitos ocorrerá de uma melhor forma se forem introduzidos primeiramente os elementos mais gerais e mais inclusivos destes. Assim, de maneira progressiva, o conceito é diferenciado em seus detalhes e especificidade. Por exemplo, na introdução de FQ, como ponto de partida para abordar este conceito, pode-se começar explicando suas características mais gerais, como explorar o conceito de parábola, que representa graficamente e possui dois zeros por ser composta por uma expressão algébrica de grau dois.

Existem critérios para determinar os conceitos mais gerais, inclusivos que serão abordados a seguir juntamente com material potencialmente significativo. A junção destes temas na próxima secção decorre do fato de que um material para ser considerado potencialmente significativo necessita de um planejamento de currículo que contemple uma hierarquia dos conceitos partindo dos mais gerais e inclusivos.

3.4. MATERIAL POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVO

Ausubel denomina o novo conhecimento de “material” e descreve dois critérios para que este seja potencialmente significativo e, de forma independente, se relacione com outros conhecimentos presentes na estrutura cognitiva apropriada: A não-arbitrariedade e a substantividade.

A não-arbitrariedade trata da exposição dos dados de um conceito em um encadeamento coerente, não aleatório, considerando as idéias correspondentes que os alunos são capazes de aprender. O material de aprendizagem pode relacionar-se, de modo não-aleatório, às ideias específicas importantes:

> [...] como exemplos, derivados, casos especiais, extensões, elaborações, modificações, qualificações, e mais particularmente, generalizações; ou relacionável a um conjunto mais amplo de idéias relevantes, no sentido de ser mais coerente com elas de uma maneira geral (AUSUBEL, 1980, p.37).

A substantividade do material traduz-se na significação do material não-aleatório, independente do símbolo ou grupo de símbolos que o represente. Esse relaciona-se com a estrutura cognitiva do aprendiz sem interferir no resultado do seu significado.

> O mesmo conceito ou proposição pode ser expresso através de uma linguagem sinônima que vai remeter exatamente ao mesmo significado [...] para uma pessoa com conhecimento elementar de aritmética, os símbolos 1/2 e 0,5 se equivalem (AUSUBEL, 1980, p. 38).

Uma boa organização lógica dos conceitos de FQ pode contemplar essas duas características de um material potencialmente significativo. Poderia reunir num mesmo lugar "toda informação relevante a um conceito e toda informação importante para elementos subordinados a este conceito" (NOVAK, 1981, p. 77). Um exemplo de uma sequência lógica do conceito de FQ pode ter o "seguinte aspecto":

1 Definição de FQ

2 . Definição dos tipos de FQ

3. FQ do tipo $y=ax^2$

    4. Representação Gráfica

    5. Zeros da função

    6. Domínio

    7. Imagem

    8. Eixo de Simetria

9. Intersecção com o eixo y

10. FQ do tipo $y=ax^2+b$

11. Representação Gráfica

12. Zeros da função

13. Domínio

14. Imagem

15. Eixo de Simetria

16. Intersecção com o eixo y

17. FQ do tipo $y= ax^2+bx$

18. Representação Gráfica

19. Zeros da função

20. Domínio

21. Imagem

22. Eixo de Simetria

23. Intersecção com o eixo y

18. FQ do tipo $y= ax^2+bx+c$

19. Representação Gráfica

20. Zeros da função

21. Domínio

22. Imagem

23. Eixo de Simetria

24. Intersecção com o eixo y

Para compreender melhor essa organização lógica de conceitos, proposta por Novak, é necessário verificar qual a concepção de Ausubel para significado lógico e significado psicológico. O significado equivale ao significado verdadeiro ou fenomenológico. O lógico refere-se ao “significado que o material de aprendizagem manifesta se corresponder às exigências gerais ou não idiossincráticas para uma potencial significação" (AUSUBEL, 1980, p. 77).

Uma das características de material potencialmente significativo refere-se ao significado lógico desse material, como pontua Ausubel:

> O significado lógico depende apenas da "natureza do material" independentemente das relações do mesmo para com a estrutura cognitiva do aprendiz (mesmo que façam sentidos). Este é um dos dois pré-requisitos que em conjunto, determinam se o material de aprendizagem é potencialmente significativo para um determinado aprendiz (o outro pré-requisito é a disponibilidade do conteúdo relevante apropriado na estrutura cognitiva deste aprendiz em particular, com a qual se pode relacionar) (AUSUBEL, 1980, p.77)

Aprendizagem significativa é diferente de material potencialmente significativo. Pode ocorrer de o material dispor de componentes significativos, mas o aluno não se dispõe a aprender (AUSUBEL, 1980). No entanto, um bom desempenho de estudantes está ligado ao fato deles conseguirem transformar informações logicamente apresentadas em uma organização psicológica. Neste contexto, surge uma inquietação: Como conseguir essa transformação de informação pelos estudantes?

Uma das vantagens da aprendizagem por descoberta ou investigação é que os alunos aprendem a aprender. Alguns conseguem. Um caminho pode ser entender os princípios da diferenciação progressiva de conceitos e sua reconciliação integrativa e adotar estes conhecimentos no planejamento de currículo.

Conforme Novak (1981), é necessário um planejamento de currículo para a instrução de materiais potencialmente significativos. Recomenda relacionar os conceitos numa ordenação que inclui primeiramente os conceitos mais gerais e mais inclusivos e depois os mais específicos, como ele mesmo explica:

> [...] as idéias ou conceitos que devem ser ensinados e as possíveis relações hierárquicas entre estes conceitos, e mantê-los distintos dos exemplos escolhidos para ilustrar um determinado conceito ou idéia. A escolha de exemplos é, em grande parte, um problema de planejamento

> instrucional, enquanto que a seleção e ordenação hierárquica de conceitos é assunto do planejamento de currículo (NOVAK, 1981, p. 106)

Antes do planejamento de currículo, conforme Novak (1981), é necessário identificar as estruturas conceituais, para que os conceitos mais importantes sejam trabalhados primeiro, pois estas servem para facilitar a AS de muitas informações e a aprendizagem de novos conceitos subordinados. No planejamento também deve-se levar em consideração uma organização que planeje a diferenciação progressiva de conceitos, intensificação de aprendizagem superordenada e também tecer esforços para alcançar a reconciliação integrativa com o objetivo de facilitar a AS.

No planejamento de currículo é essencial observar a hierarquia entre os conceitos: "Separar da massa de conhecimentos os conceitos abrangentes e os subordinados que queremos ensinar" (NOVAK, 1981, p. 67). Existem critérios para determinar esses conceitos mais gerais (abrangentes) e os mais inclusivos (subordinados). No planejamento de currículo, é necessária uma análise dos conceitos de uma área de conhecimentos e depois verificar algumas relações entre estes para retirar os mais gerais e superordenados e quais os mais específicos e subordinados. O fracasso da educação escolar deriva também do fato dos professores e outros planejadores de currículo não analisarem os conceitos que pretendem ensinar e ainda não procuram identificar possíveis relações hierárquicas entre estes conceitos.

A hierarquia conceitual depende do objetivo que esta pretende atingir. A organização hierárquica, o nível de importância atribuída a cada conceito, não interfere na diferenciação progressiva, podendo assim ser arbitrário. O mais importante nessa hierarquia é a aprendizagem eficiente dos conceitos:

> A questão central é que a aprendizagem eficiente requer a explicação de relações entre conceitos e, progressivamente, um valor desenvolvido dos conceitos mais relevantes. A seqüência específica de experiências oferecidas a um indivíduo para atingir a diferenciação conceitual é apenas uma de uma variedade praticamente infinita de seqüências de aprendizagem (NOVAK,1981, p. 68)

Na elaboração de currículo, além de incluir uma hierarquia de conceitos e habilidades para serem ensinados, é necessário também desenvolver estratégias de apresentação. Recomenda-se uma análise dos métodos instrucionais e dos recursos existentes e uma decisão sobre a combinação de material "impresso, debate, aula expositiva, laboratório, trabalho de estúdio ou campo e audiovisuais que pretendemos usar" (NOVAK, 1981, p. 141).

Para Novak (1981, p.140), o material impresso é o instrumento instrucional mais importante, pois os alunos podem manipulá-los e adequá-los a sua forma peculiar de aprender: "Uma vantagem deste material é que os alunos podem dar apenas uma olhada rápida, ler cuidadosamente, reler, marcar as partes que necessitam rever e de muitas outras maneiras, adaptá-lo aos seus estilos próprios de aprendizagem"

O material audiovisual pode ser utilizado para estudo individual ou instruções em grupo. "Ao planejar e selecionar materiais audiovisuais, devemos considerar se o uso individual ou em grupo seria o modo instrucional adequado e de conformidade com isso, materiais audiovisuais seriam desenvolvidos e /ou comprados" (ibid, p. 141). Outra vantagem é o valor do custo do material que poderia ser de preço mais acessível como um gravador cassete cuja fita é bem barata.

Devido à capacidade de aramazenamento cumulativo de dados, o computador pode ser utilizado para intensificar a instrução, principalmente na avaliação, criando testes individuais sucessivos e registrando o progresso dos alunos. Novak (1981) não explora as potencialidades do computador para uma AS. Isso se justifica pelo período em que seus estudos e os de Ausubel foram desenvolvidos na década de setenta, época que os computadores digitais ainda não tinham sido criados.

Um planejamento de currículo inserido nos princípios de uma AS tem que adotar abordagens de ensino que cooperem no alcance desses princípios. Novak (1981), destaca a aula expositiva, grupos de discussão, trabalho de laboratório ou estúdio, instrução tutorial e instrução individualizada como abordagens de ensino que trazem vantagens a AS. Como no presente trabalho será adotada uma abordagem da FQ através de um Objeto de Aprendizagem no laboratório de informática de um Colégio Público de Salvador, os outros tipos de abordagens não serão mencionados aqui.

Novak (1981, 148) coloca que trabalho de laboratório ou estúdio favorece três maneiras importantes de aprendizagem:

1. "Trabalho de laboratório pode prever experiências direta com materiais ou apoios necessários para desenvolver abstrações primárias". O que corrobora com um dos objetivos deste trabalho que é o desenvolvimento de um organizador prévio para suscitar abstrações primárias.
2. "Habilidades não podem ser apreendidas sem a prática dos desempenhos motores necessários e tenderão a ser apreendidos, mais rapidamente, quando exemplos e correção forem oferecidos em estreita proximidade". Aprender a explorar um software pode acontecer de forma eficaz se os alunos manipularem este sistema, isto é, aprenderem praticando.
3. "Laboratório ou estúdio podem ilustrar os métodos de trabalho pelos quais se chega à consecução de uma determinada disciplina". O método de conceber um gráfico pode ser melhor evidenciado no laboratório. Este local é definido como um ambiente de experiência. É interessante chamar a atenção dos sujeitos da pesquisa para esse espaço de aprendizagem denominado no Colégio, campo da pesquisa, de Laboratório de Informática.

O autor não menciona os laboratórios de informática na obra que está sendo utilizada como referência para esta pesquisa. Está-se procurando transferir suas considerações sobre laboratório como local de aprendizagem por experiência para laboratórios de informática.

Ao mencionar instrução individualizada como abordagem de ensino, ele comenta sobre formas de instrução individualizada inserindo a instrução assistida por computador. Os elementos que deverão constar nos módulos instrucionais, sugeridos pelo o autor para esta abordagem de ensino, podem ser adequados no material instrucional dessa pesquisa. Eis os elementos:

1 – Declaração da finalidade

2 – Habilidades de pré-requisitos desejáveis

3 – Objetivos instrucionais

4 – Pré-teste diagnóstico

5 – Implementos para os módulos (equipamentos necessários, materiais, etc.)

6 – O programa modular (material impresso, audio visuais, etc.)

7 – Experiências relacionadas

8 – Avaliação do módulo (por aluno e pessoal docente)

No planejamento de currículo, pode-se também considerar o apoio de materiais concretos. Quando é possível prever que não existem subsunçores relevantes para interagir com o conhecimento novo, pode-se utilizar quantidades variáveis de experiências com apoios concretos.

Para a parte experimental dessa pesquisa, serão consideradas duas vertentes em relação aos subsunçores dos alunos. A primeira é que alguns deles possuem conhecimentos prévios sobre tópicos de FQ. A segunda é que eles, mesmo não dispondo de subsunçores sobre conceitos a cerca de FQ, procurarão utilizar apoio concreto para a instrução. Esse apoio concreto, uma possibilidade de explorar os conceitos de FQ, consiste no desenvolvimento de um organizador prévio para uma instrução, visando uma aprendizagem significativa. Este será o tema da próxima secção.

3.5. ORGANIZADORES PRÉVIOS

Para Ausubel (1980), os organizadores prévios deveriam servir de âncora na estrutura cognitiva para o novo conhecimento. Na ausência de conceitos relevantes na estrutura cognitiva, o organizador prévio assume o papel de ancoradouro de novas aprendizagens e conduz ao desenvolvimento de um conceito subsunçor que ajude a aprendizagem posterior.

A utilidade dos organizadores prévios, segundo Novak (1981), vai além de suprir uma carência de conceitos relevantes. Pode, também, servir mesmo se conceitos adequados estejam presentes na estrutura cognitiva. Neste caso, eles poderiam servir como elementos de ligação entre novas aprendizagens e subsunçores relevantes específicos: “[...] organizadores prévios funcionam como uma ponte cognitiva que permitiria pronta ligação entre os subsunçores relevantes e o novo material a ser apreendido” (p. 60).

Ainda, Organizadores prévios, na visão de Novak (1981), podem servir de ponte cognitiva, cuja função é facilitar a ligação entre novas informações e conceitos prévios na estrutura cognitiva ou para ligar conhecimentos apreendidos, facilitando a reconciliação integrativa. Para Ausubel (1980), os organizadores facilitam a aprendizagem de informações com significado – material potencialmente significativo – e que os alunos deveriam ter disposição para aprender.

A condição essencial para que um organizador funcione é que existam alguns subsunçores relevantes e que o aluno perceba a relação entre estes e as novas informações. Além dessa condição, no desenvolvimento de um organizador, é necessário identificar o tipo e extensão dos subsunçores de que dispõem os alunos (pode ser diagnosticado através de um pré-teste) e elaborar materiais de aprendizagem adequados.

Ausubel (1980) coloca três considerações para fundamentar o uso de organizadores prévios:

> [...] a importância de ter idéias estabelecidas, relevantes e adequadas, já disponíveis na estrutura cognitiva, a fim de dar ancoragem estável e tornar logicamente significativas idéias potencialmente significativas; as vantagens de usar as idéias mais gerais e inclusivas de uma disciplina como idéias-âncora ou subsunçores (a saber, a adequadação e especificidade integradora); e o fato de que eles em si mesmos, tentam tanto identificar conteúdos relevantes já existentes na estrutura cognitiva (e ser explicitamente relacionado a ele) como indicar explictamente a relevância deste conteúdo, assim como sua própria relevância, para a aprendizagem do novo material. Em resumo, a principal função do organizador é preencher o hiato entre o que o aprendiz já sabe e o que ele precisa saber antes que ele possa aprender, com sucesso, a tarefa com que se defronta (AUSUBEL, 1980, p. 144).

O termo organizadores antecipatórios também é utilizado por Ausubel para designar os organizadores prévios. Devido ao caráter de preparação conceitual para uma AS que eles possuem. No próximo capítulo, será discutido a utilização de um organizador prévio na forma de um objeto de aprendizagem para o ensino de FQ visando uma preparação conceitual para o ensino deste conceito para alunos da primeira série do ensino médio de um Colégio público de Salvador.

CAPÍTULO IV

> Portanto, os desafios que estão colocados com a presença cada vez mais constante de internet, TV digital e EAD, que já são grandes em qualquer área do conhecimento, parecem se tornar enormes no caso específico da Matemática. Para lidar com tal problema será necessário, no mínimo, que saibamos articular nossa experiência anterior e nosso sotaque com a experiência e a língua materna da nova geração nascida já com as mídias informáticas (MARCELO BORBA, 2004, p.315).

4 OBJETOS DE APRENDIZAGEM: AS TECNOLOGIAS SE INSEREM NO ENSINO DA MATEMÁTICA

A Aprendizagem Significativa, na visão de Ausubel depende do nível de desenvolvimento de cada sujeito e da sua interação entre o conhecimento prévio e o novo. Conforme Tavares & Rodrigues (2005), esse processo envolve três elementos: Os subsunçores, “os novos conhecimentos a internalizar, e em um plano menos evidente, um elemento mediador, que seja facilitador da aprendizagem ausubeliana” (p. 33). Nessa perspectiva de mediação de aprendizagem, inserem-se os organizadores prévios, que podem ser na forma de simulações pedagógicas, constituindo assim um objeto de aprendizagem.

O objetivo dessa pesquisa é explorar a aplicabilidade do software Modellus para uma aprendizagem significativa de Função Quadrática com alunos da 1ª série do Ensino Médio, admitindo como ferramenta computacional o software Modellus. Modelos de FQ e modelos de situações da realidade, envolvendo conceitos relativos a FQ , foram implementados no software tornando-se simulações destes modelos.

As simulações propostas nesta pesquisa se caracterizam pela visualização de forma dinâmica de modelos da realidade e de modelos de FQ, aspecto que pode motivar os alunos e professores no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Os alunos poderão alterar alguns parâmetros da simulação, como o passo do movimento, ampliação do tempo da simulação, explorar outros tipos de funções e criar animações para estas. De acordo com os seus objetivos, o professor pode utilizar provocações conceituais para fomentar as discussões.

Essas simulações elaboradas com fundamentos educacionais e outros instrumentos digitalizados para uso pedagógico vêm sendo também designados por Objetos de Aprendizagem.

4.1 OBJETOS DE APRENDIZAGEM (AO)

O conceito de Objetos de Aprendizagem – OA surgiu nas Ciências da Computação, especificamente da teoria da Orientação a Objeto, com o objetivo de economizar os custos dos sistemas referentes à manutenção corretiva - fator responsável por aproximadamente 75% das despesas com programas destinados ao processo de alteração de sistemas implementados ou em uso (ASSIS, 2005).

A partir de 1992, conforme Jacobsen (2002) o uso do termo OA foi intensificado por Wayne Hodgins. Em um de seus momentos de reflexão sobre estratégias de ensino, observou seu filho montar os blocos de um brinquedo denominado LEGO e concluiu que era necessário seguir a metodologia de encaixe desse brinquedo: construir blocos de ensino interligados que expressem conteúdos de ensino. Ele denominou esses blocos de OA.

O IMS – Instructional Management Systems, consórcio de especificações dos fabricantes de softwares educacionais de acordo com Handa & Silva (2003), define OA de uma forma mais técnica, embasado na teoria da Orientação a Objeto no que se refere ao desenvolvimento de sistemas computacionais:

> O objeto é definido como um conjunto de informações que contém rotinas e estruturas de dados que interagem com outros objetos. Nos Objetos de Aprendizagem, o "objeto" serve para encapsular ou "armazenar" materiais digitais, transformando-os em módulos reutilizáveis de fácil manipulação (HANDA & SILVA, 2003, p.1).

As pesquisas de David Wiley (2001) tornaram-se leitura obrigatória para quem deseja entender OAs. Wiley (2001) defendeu uma tese de doutorado intitulada *Learning Object Design and Sequencing Theory* - Design dos Objetos de Aprendizagem e Seqüência Teórica – para abordar aspectos inerentes a OAs, como definição, padrões, características, além de abordar as vantagens para o ensino. Wiley conceitua os OAs como:

> [...] elementos de um novo tipo de instrução por computador baseado no paradigma da orientação a objeto, que avalia altamente a criação dos componentes (chamados objetos) que podem ser reutilizáveis em contextos múltiplos. Esta é a idéia fundamental atrás dos AOs: Designers instrucionais podem construir pequenos – em relação ao tamanho de um curso – componentes instrutivos que podem ser reusados inúmeras vezes em diferentes contextos de aprendizagem. Além do mais, os AOs são geralmente concebidos para serem entendidos como entidades digitais disponíveis pela Internet, possibilitando o acesso a um número máximo de pessoas simultaneamente (em oposição aos recursos instrucionais tradicionais, como uma fita de vídeo, que apenas pode existir num lugar por um momento). Entretanto àqueles que adotarem os AOs podem colaborar e beneficiar-se imediatamente da criação de novas versões. Essas são as diferenças significativas entre os AOs e outras mídias instrutivas que possuem previsão existente. (WILEY, 2001, p. 3 – tradução da autora)[6].

Assume-se, nessa pesquisa, que os objetos de aprendizagem são instrumentos digitais que viabilizam e promovem o ensino de conteúdos, disponíveis em rede (Internet), possibilitando a socialização de saberes. Essa afirmação é baseada nas idéias de David Wiley.

Os OAs podem ser recursos simples ou combinados com o propósito de formar uma unidade de ensino mais estruturada. Além disso, podem ser desenvolvidos para um curso em um determinado contexto, possivelmente reformulado ou adaptado para outro curso similar. Uma das simulações propostas nesta pesquisa, da trajetória de um dardo como uma forma de explorar os conceitos da função quadrática, compete uma reutilização no ensino de física, ou ainda sofrer alterações, mudar de função quadrática para função exponencial no

6 Texto original: "Learning objects are elements of a new type of computer-based instruction grounded in the object-oriented paradigm of computer science. Object-orientation highly values the creation of components (called "objects") that can be reused (Dahl & Nygaard, 1966) in multiple contexts. This is the fundamental idea behind learning objects: instructional designers can build small (relative to the size of an entire course) instructional components that can be reused a number of times in different learning contexts. Additionally, learning objects are generally understood to be digital entities deliverable over the Internet, meaning that any number of people can access and use them simultaneously (as opposed to traditional instructional media, such as an overhead or video tape, which can only exist in one place at a time). Moreover, those who incorporate learning objects can collaborate on and benefit immediately from new versions. These are significant differences between learning objects and other instructional media that have existed previously".

intuito de participar de um curso de Biologia, por exemplo (FILHO & MACHADO, 2003).

Singh (2001) considera que um OA deve ser “bem estruturado”. Para tanto, sugere na elaboração de um objeto uma divisão em três partes definidas, como se fossem etapas. São estas:

1ª) Objetivos: Procurar mostrar para o aluno o que ele pode aprender. Construir um OA requer estabelecer metas a serem alcançadas pelos alunos, visando uma proposta de descoberta e construção do conhecimento, princípios essenciais para uma aprendizagem significativa e criativa.

2ª) Conteúdo Instrucional: Evidenciar claramente todo o material didático essencial para permitir ao aprendiz atingir as metas estabelecidas (os objetivos) ao final do uso do OA.

3ª) Prática e Feedback: Os OA possibilitam ao estudante “alguma experimentação” , oportunidade de praticar o conhecimento. No entanto, ao finalizar a interação com um OA, verificar se os objetivos foram alcançados, procurando adotar mecanismos de “feedback”, oportunizar aos alunos rever o OA, porque o tempo de reflexão é diferente para cada pessoa.

As etapas mencionadas acima ratificam o valor pedagógico de um OA, que possibilita ao aprendiz uma experimentação com materiais concretos, uma estratégia de apresentação de conceitos importante para uma AS conforme Novak (1981). O valor pedagógico de um OA implica em uma apresentação atrativa para o aprendiz, possuir um bom design de tela.

4.1.1 DESIGN DE TELAS: ELEMENTO ESSENCIAL PARA O DESENVOLVIMENTO DE UM OA

Um bom design de telas para uso educacional deve conter elementos que diminuam a carga cognitiva[7] do aprendiz, como afirma Tarouco et al:

> A carga cognitiva é um fator sempre presente no design de telas e interfaces de computador porque cada um dos elementos ou dos objetos da tela deve ser interpretado pelo usuário e consequentemente ocupa

7 Carga cognitiva conforme Tarouco “ refere-se às demandas colocadas na memória de trabalho do aprendiz durante a instrução” (2003, p. 2).

> alguma energia mental do usuário. Um design de tela complexo ou não convencional que usa diferentes fontes, objetos, ferramentas de navegação e padrões de layout terá geralmente uma carga cognitiva processual ou funcional elevada porque cada componente necessitará ser percebido e interpretado pelo aprendiz (2003, p.3).

Segundo Nascimento (2005), para que o design de um OA possibilite melhores resultados na aprendizagem podem ser adotados os seguintes princípios:

Conhecimento do perfil dos estudantes (características pessoais, nível de escolaridade dos usuários, condição sócio-econômica[8]).

Planejamento da interface instrucional – A organização de uma interface de instruções agradável e consistente, primando pela estética, pode contribuir para motivar os estudantes a manipularem um OA. Evitar carregar as telas com muitas informações. Estas poderão ser sucintas e objetivas.

Navegação – Procurar ajudar o usuário a se orientar utilizando algumas estratégias de localização. Links evidentes contribuem para uma boa navegação.

Tamanho da tela – O RIVED sugere um design de página para visualização na resolução 800 x 600. Os OAs construídos para uma resolução 700 x 400 também são viáveis, porque evitam que o usuário faça o rolamento de tela para visualizar todas as informações.

Uso de cores – O uso de cores pode auxiliar na navegação. Porém esses cuidados são imprescindíveis:

- Evitar distrair a atenção dos usuários com muitas cores
- Atentar para a percepção dos estudantes daltônicos que geralmente confundem cores.
- A diferença técnica entre monitores (alguns monitores podem apresentar uma boa luminescência e contraste já outros não). Uma cor pode aparecer adequada para um monitor enquanto em outro parecer alarmante.

8 Condição sócio-econômica no sentido de conhecer a realidade social dos alunos (usuários) para elaborar AOs que eles entendam e possam acessá-lo em algum ambiente que tenha disponível um computador (em casa, no trabalho, na escola).

• O desempenho da leitura pode melhorar se houver um bom contraste entre cor da fonte e a cor do fundo da tela.

Elementos multimídia – São essenciais para o design de um OAs. São esses elementos que atraem os estudantes e, se forem bem usados, podem contribuir no processo de construção do conhecimento. A tabela 1 exibe os elementos mais utilizados na elaboração de um OA e apresenta algumas sugestões de seu uso, com a finalidade de tornar o objeto um instrumento pedagógico acessível, contribuindo assim para um bom processamento da informação na memória humana.

Elementos	Recomendações
Texto	- O uso de maiúsculas e minúsculas no texto facilita e agiliza a leitura. - Espaços em branco, marcadores e listas diminuem a densidade do texto e aumentam a velocidade da leitura. - Evitar o rolamento da tela atrai mais a atenção do usuário e o material pode ser melhor assimilado. - Para melhorar a compreensão dos usuários, divida o texto em várias apresentações, valendo-se de várias páginas. - Se desejar que o texto seja lido na tela, prefira linhas de texto curtas, em uma única coluna, que não ocupe mais de cinqüenta por cento da tela (de 40 a 60 caracteres por linha). - As fontes **Arial**, **Verdana**, **Tahoma** são consideradas mais legíveis na tela. - Estabeleça um padrão de formatação do texto para todas as páginas (corpo do texto, títulos e subtítulos).
Imagens	- As imagens são ferramentas de comunicação que expressam mais realidade ao significado. A escolha das imagens deve primar pelas que ajudam no aprendizado.
Animações	- As animações possibilitam apresentar fatos, conceitos e princípios que "não podem ser expressos adequadamente com imagens estáticas" (NASCIMENTO, 2005, p.5).
Simulações	- O projeto RIVED recomenda três requisitos para que as simulações possibilitem: Experimentação (hads on), o envolvimento numa situação real (reality on) e o estímulo do raciocínio e pensamento crítico. Este é o formato mais buscado no Projeto. - As atividades de simulação e animação devem conter instruções suficientes para conduzir os usuários a aproveitarem o potencial de aprendizagem disponível nesse formato. - O tempo necessário para que o aluno complete uma atividade requer atenção desde a sua elaboração. Portanto, é interessante conhecer a disponibilidade dos laboratórios de informática onde será desenvolvida a atividade.
Simulações de Jogos	- O entretenimento é uma das vantagens dos jogos. Deve-se ter muito cuidado com as tarefas para que não sejam nem muito fáceis e nem muito difícieis.
Som	- Verifique se o som reforça o conteúdo, que possa ser combinado com outros formatos, evitando assim que os usuários que não puderem utilizá-lo fiquem sem tela.
Vídeo	- Uma das vantagens do vídeo é a sensibilização imediata no usuário. "Ele adiciona realismo e permite demonstrações que animações e imagens estáticas nunca poderão substituir" (NASCIMENTO, 2005, p.6).

Tabela 1: Elementos multimídia essenciais para a construção de um AO.
Fonte: Própria

Os Objetos de Aprendizagem, geralmente, são digitais (vídeos, imagens, "applets", figuras, gráficos) e possibilitam ao aluno construir seu conhecimento enquanto interage com estes objetos, que podem ser usados como recursos simples e/ou combinados para formar um curso ou um módulo de ensino. Embora essa vantagem que o uso de AO possa trazer para o aluno, os Objetos ainda são poucos explorados no ensino de matemática.

Os documentos oficiais do Ministério da Educação e Cultura que orientam o Ensino Médio como os PCNEM e as Orientações Curriculares não fazem menção ao termo Objeto de aprendizagem. Entretanto, estes documentos enfatizam a necessidade de utilização de tecnologias no ensino da Matemática no Ensino Médio. Como tecnologia na educação, compreende-se também utilização de objetos de aprendizagem no ensino.

4.2 O ENSINO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA (FQ) ATRAVÉS DE UM OA

As tecnologias e o uso de calculadoras, conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – PCNEM, impulsionam um ensino de Matemática que possibilite o desenvolvimento de habilidades e procedimentos para que o aluno possa se conhecer e se orientar nessas constantes transformações do conhecimento. Habilidades matemáticas como selecionar e analisar informações que precisarão de uma linguagem, procedimentos e formas de pensar matemáticos, trabalhados no decorrer do ensino médio, ampliando a capacidade "de avaliar limites, possibilidades e adequação das tecnologias em diferentes situações" (PCNEM, 1999, p. 252).

Um dos maiores desafios para utilização no aprendizado de ciência e tecnologia no Ensino Médio reside na elaboração de materiais instrucionais adequados, o que reflete uma necessidade de estabelecer os objetivos para criar uma disciplina mais significativa para os alunos, contando com ferramentas tecnológicas adequadas às necessidades dos alunos, como os objetos de aprendizagem.

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio - OCEM (2006) assinalam a exigência de indivíduos capacitados para utilizar as tecnologias que, como recurso, podem auxiliar o processo de aprendizagem da Matemática: “ A Matemática como ferramenta para entender a tecnologia, e a tecnologia como ferramenta para entender a Matemática” (OCEM, 2006, p.87).

Em FQ, o aluno precisa saber alguns conhecimentos de função que servirão como ferramentas para ele poder explorar o objeto de aprendizagem proposto. Conhecimentos matemáticos como domínio, imagem, representação gráfica de uma função. Assim também, os alunos deverão entender alguns recursos computacionais, como escrever uma expressão matemática na linguagem de programação, para poder ampliar o seu conhecimento matemático.

No sentido de conceber uma tecnologia para a Matemática, as OCEMs (2006) destacam os softwares, programas de expressão, nos quais os estudantes podem ser conduzidos a pensar matematicamente: Fazer experimentos, testar hipóteses, esboçar conjecturas, criar estratégias para resolver problemas. Características desses programas:

- Conhecimento matemático.
- Fornecem diferentes representações (numérica, algébrica, geométrica) para um mesmo conceito matemático.
- Permitem expandir conhecimentos através de micro construções (pequenas construções).
- Interatividade – possibilitar a manipulação dos objetos mostrados na tela.

Existe uma diversidade de programas de expressão para o estudo de funções, que possibilitam a construção de objetos de aprendizagem. Segundo as OCEMs, esses programas possibilitam uma aprendizagem matemática:

> Os recursos neles disponibilizados facilitam a exploração algébrica e gráfica, de forma simultânea, e isso ajuda a entender o conceito de função, e o significado geométrico do conjunto-solução de uma equação-inequação (2006, p. 89).

As OCEMs (2006) destacam a importância da utilização de programas computacionais que estão se fazendo atualmente no ensino da Matemática e sugere que o professor esteja preparado para lidar com as seguintes situações:

- As múltiplas soluções que podem ser atribuídas para um mesmo problema, mostrando que as formas de pensar dos alunos podem ser bem diferentes.
- A criatividade dos alunos em expressar soluções que o professor nem imaginava quando elaborou o problema.
- A motivação dos alunos em desenvolver os trabalhos, produzir discussões e troca de idéias que mostram uma intensa atividade intelectual.

A experiência no ensino da Matemática da autora da pesquisa, os documentos oficiais do MEC – PCNEM e OCEM, a concepção de aprendizagem ausubeliana, as pesquisas sobre o ensino da Matemática através de tecnologia indicam que mudanças significativas na aprendizagem dos alunos podem ocorrer no comportamento dos alunos, em relação a aprendizagem, quando se trabalha um conceito matemático de forma diferente da geralmente empregada em sala de aula - exposição oral e exercícios na lousa.

Ao iniciar as aulas de Matemática sem a mediação da tecnologia, mesmo contando com situações problemas da realidade, a experiência em sala de aula permite relatar que, quando era solicitado aos alunos representar o gráfico de uma FQ, raramente eles conseguiam concluir este tipo de atividade. Talvez suas dificuldades derivem do fato de não associarem seus conhecimentos anteriores sobre equação do segundo grau, função, plano cartesiano, dentre outros com o novo conceito de FQ apresentado.

Conforme Nóvoa (2001), o professor atualmente não é um mero transmissor de conhecimento e nem uma pessoa que restringe seu trabalho ao interior de uma sala de aula. O autor define o professor como um organizador de aprendizagens, que podem ocorrer através dos novos meios informáticos, das novas realidades virtuais, como a utilização de um OA no ensino da FQ.

Alguns trabalhos científicos foram desenvolvidos para analisar as características das funções utilizando uma ferramenta computacional como um software gráfico. Enfatizamos as vantagens pedagógicas desses recursos para o ensino de função quadrática, como aponta algumas pesquisas que serão comentadas.

Maia (2007) trouxe uma abordagem diferenciada para o estudo da função quadrática, procurou evidenciar que as mudanças na escrita algébrica provocam mudanças na representação gráfica e vice-versa. Recorreu ao software Winplot para trabalhar com estudantes esse aspecto da FQ. Essa pesquisadora deixa claro que a utilização de uma ferramenta computacional possibilita uma otimização da representação gráfica de uma função, melhor do que a de lápis e papel:

> [...] a utilização de uma ferramenta computacional favorece a manipulação da representação gráfica de maneira mais rápida que a utilização de lápis e papel, permitindo que o educando faça simulações em busca do resultado que satisfaça a situação proposta, desenvolvendo a capacidade de fazer previsões e criticar resultados (MAIA, p.59, 2007).

O empenho dos alunos na resolução das questões, as discussões fomentadas levaram a um crescimento na compreensão de construção e análise de gráficos de FQ, concluiu Maia (2007) em sua pesquisa.

Penteado & Borba (2005) abordam em seu livro pesquisas sobre a utilização de calculadoras gráficas e softwares que permitem traçar gráficos de funções. Esses autores afirmam que essas mídias vêm sendo adotadas com freqüência nos últimos anos no ensino da Matemática, mostrando que é possível trabalhar atividades de vários tópicos da disciplina. São atividades que além de conduzirem espontaneamente à visualização, acentuam a experimentação, um aspecto fundamental na proposta pedagógica da Matemática

> As novas mídias, como os computadores com softwares gráficos e as calculadoras gráficas, permitem que o aluno experimente bastante, de modo semelhante ao que faz em aulas experimentais de Biologia e Física. Podem experimentar com gráficos de funções quadráticas do tipo $y= ax^2+bx+c$, por exemplo, antes de conhecerem uma sistematização de função quadrática (PENTEADO & BORBA, 2005, p.37).

Em Penteado & Borba (2005) encontramos o relato de uma experiência da utilização do software FUN no ensino da FQ para uma turma de graduação em Biologia. O professor dessa turma, Borba, promoveu uma experimentação desses conceitos através de atividades que exploraram as relações entre gráficos e coeficientes de $y= ax^2+bx+c$. Para os autores, a experimentação além de ser algo fundamental no ensino mediado por uma tecnologia, muda a ordem de exposição oral da teoria, exemplos e exercícios, práticas ainda muito triviais no ensino da Matemática, possibilitando uma nova ordem: investigação e depois teorização.

Uma FQ foi obtida para relacionar temperatura com percentual de sementes de melão, no trabalho de Borba. Os alunos empregaram seus conhecimentos de germinação, funções e derivação e um software especializado no ajuste de curvas, considerado pelo autor como primordial para a realização desse trabalho.

Penteado & Borba (2005) se refere à informática como uma extensão da memória, distinta em termos qualitativos, de outras tecnologias da inteligência e possibilita que :

> A linearidade de raciocínios seja desafiada por modos de pensar, baseados na simulação, na experimentação e em uma nova linguagem que envolve escrita, oralidade, imagens e comunicação instantânea (PENTEADO & BORBA, 2005, p.48).

Esses autores recorrem a uma perspectiva histórica da mídia escrita para explicar a relação entre tecnologia e ser humano:

> A perspectiva histórica, a qual abraçamos, sugere que os seres humanos são constituídos por técnicas que estendem e modificam seu raciocínio e, ao mesmo tempo, esses mesmos seres humanos estão constantemente transformando essas técnicas (...) entendemos que conhecimento só é produzido por uma determinada mídia, ou com uma tecnologia da inteligência. É por isso, que adotamos uma perspectiva teórica que se apóia na noção de que o conhecimento é produzido por um coletivo formado por seres-humanos-com-mídias ou seres-humanos-com-tecnologias (...) (PENTEADO & BORBA, 2005, p.49)

Ainda em Penteado & Borba (2005), localizamos o termo “ator” para designar informática, como sinônimo de mudanças nos seres humanos, nas tecnologias, nas relações destes. O papel dos educadores matemáticos, conforme os autores citados, é investigar como a Matemática se constitui quando esses novos atores se inserem no trabalho.

Conforme foi relatado, softwares Matemáticos podem ser bastante úteis no ensino de Matemática. Também, podem servir de recurso tecnológico para a confecção de OA. Além do Modellus, existem outros softwares gratuitos e com interfaces em português, como o Winplot, Graphimatica, que podem auxiliar uma AS e possibilitarem o desenvolvimento de um OA.

Conforme Jucá (2006), o uso de softwares educacionais pode auxiliar de forma eficaz o processo de ensino- aprendizagem e a construção do conhecimento. A escolha do software deve corresponder aos objetivos educacionais que se pretende atingir e a concepção de aprendizagem que orienta o processo. A seguir, apresentam-se alguns softwares matemáticos destinados a mediar o ensino de funções, que foram escolhidos pela autora da pesquisa por possuírem as seguintes características:

- Pertencente à categoria "free softwares" – Trata-se de sistemas computacionais gratuitos, facilmente adquiridos na Web, aumentando assim as possibilidades de se trabalhar em escolas públicas.
- Interface em Português – Apesar do uso diário de tecnologias pelos alunos (games, celular, o próprio computador), utilizar um software para estudar Matemática é inovador, requer um conhecimento dos recursos do programa. Interface em Inglês pode ser um obstáculo na exploração das potencialidades do software.

Os softwares de computação gráfica são ferramentas de ensino que possuem potencialidade que possibilitam acentuar, reforçar e construir conceitos e habilidades técnicas da álgebra envolvendo gráficos. O professor pode aproveitar esse tipo de software para planejar ambientes de ensino que levem o aluno a conceituar representação gráfica, a manipular funções e expressões, a explorar gráficos de funções e a resolver problemas gráficos.

A rapidez e a precisão com que o computador exibe informações graficamente tornam possível tudo isso sem gasto de tempo e energia por parte dos professores e alunos para atribuir valores, colocar os pontos e traçar o gráfico.

A disseminação das Tecnologias de Informação – TI nos produtos e serviços confere uma emergente precisão de instrução mais elaborada de matemática para a vida social e produtiva, delega às tecnologias encontrar seu espaço próprio no aprendizado escolar regular, como um processo e não como um produto. A tecnologia deve consistir como um instrumento da cidadania, aplicada na vida social e no trabalho, que garanta aos alunos experiências com o uso de computadores pessoais e um aproveitamento das modernas técnicas de edição.

Assinalam os PCNEM:

> É preciso identificar na Matemática [...] os elementos de tecnologia que lhe são essenciais e desenvolvê-los como conteúdos vivos, como objetivos da educação e, ao mesmo tempo, como meios para tanto (1999, p.264).

Para identificar na Matemática esses elementos de tecnologia, é necessário compreender o papel da Matemática no Ensino Médio e como as FQ se inserem como estes elementos.

4.2.1 O ENSINO DE FQ NO ENSINO MÉDIO

Em relação ao ensino da Matemática no ensino médio, os PCNEM atribuem dois papéis distintos. Um deles é o formativo que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo e o outro é o instrumental, pois a M é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas. Num valor formativo ou instrumental é necessário que o aluno perceba a Matemática "como um sistema de códigos e regras que a tornou uma linguagem de comunicação de idéias e permite modelar a realidade e interpretá-la" (PCNEM, 1999, p. 251).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio – PCNEM ressaltam o aspecto utilitário da Matemática, enfatizando que:

> Em um mundo onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos, todas as áreas requerem alguma competência em Matemática e a possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos é necessário tanto para tirar conclusões e fazer argumentações, quanto para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional (PCNEM, 1999, p. 251).

Os PCNEM não trazem uma orientação específica para o ensino de FQ, mas apontam um ensino de funções contextualizado, visando que o aluno possa lidar com esse conceito em várias situações da sua vida. Atribui à tecnologia um papel relevante a esse tipo de ensino, considerando-a como parte integrante de um domínio de saber fazer e pensar matemático.

Nas OCEM (2006), o ensino de FQ ganha um destaque que considera-se merecido. Este documento sugere uma exploração do elenco de conceitos que compõem a FQ através de resolução de problemas, enfatizando a relação entre a álgebra (a expressão polinomial, os coeficientes) e a geometria (representação gráfica, a parábola) - ou seja, os coeficientes da FQ influenciam diretamente na construção do gráfico. A demonstração da fórmula de Bháskara[9] é sinalizada neste documento como uma opção de encontrar os zeros da função. Uma definição de parábola geralmente trabalhada na 3ª série do ensino médio, juntamente com Geometria Analítica, também é sugerida. Como mostra a íntegra do parágrafo destinado ao ensino de FQ:

> O estudo da FQ pode ser motivado via problemas de aplicação, em que é preciso encontrar um certo ponto de máximo (clássicos problemas de determinação de área máxima). O estudo dessa função – posição do gráfico, coordenadas do ponto máximo/mínimo, zeros da função – deve ser realizado de forma que o aluno consiga estabelecer as relações entre o “aspecto” do gráfico e os coeficientes de sua expressão algébrica, evitando-se a memorização de regras. O trabalho com a forma fatorada ($f(x) = a.(x-a)^2 + n$) pode ser um auxílio importante nessa compreensão. Nesse estudo, também é pertinente deduzir a fórmula que calcula os zeros da função quadrática (a fórmula de Báskara) e a identificação do gráfico da função quadrática com a curva parábola, entendida como o lugar geométrico dos pontos do plano que são eqüidistantes de um ponto fixo (o foco) e de uma reta (a diretriz) (OCEM, 2006, p.73).

9 A resolução de equação através da fórmula de Bháskara significa adotar a relação $x = (-b \pm \sqrt{\Delta})/(2a)$, onde $\Delta = b^2 - 4ac$ e a, b e c são os coeficientes de $ax^2 + bx + c$.

A sugestão de trabalhar a FQ através de uma das suas representações, a forma fatorada ($f(x) = a(x-m)^2 + n$), refere-se a várias formas de representar um mesmo objeto matemático, que condiz com um dos critérios descritos por Ausubel para que um material seja potencialmente significativo, a substantividade, o significado do conceito.

Alcançar um ensino de matemática conforme as perspectivas das OCEM sugerem que pesquisas sejam realizadas para confirmar a eficiência das estratégias sugeridas acima. Nesse sentido, as próximas secções tratam, dentre outros aspectos, de como adequar ao estudo de FQ essas considerações dos documentos oficiais do MEC. Inicialmente define-se a abordagem metodológica escolhida, seguida de uma apresentação dos sujeitos investigados e de como foi o desenvolvimento das simulações. Finalizando esse capítulo apresenta-se uma descrição da experimentação.

4.3 METODOLOGIA

A teoria da Aprendizagem Significativa foi desenvolvida pensando-se no contexto da sala de aula, fundamentada na psicologia cognitiva, o que sinaliza uma estreita relação com os princípios que norteiam uma pesquisa qualitativa que permite descrever e interpretar o comportamento das pessoas em um contexto real:

> Observação do comportamento que ocorre naturalmente no âmbito real; possibilita criar situações artificiais e observar o comportamento diante de tarefas definidas para essas situações e perguntar às pessoas sobre o seu comportamento e seus estados subjetivos (GUNTHER, 2006, p. 204).

Trazer a visão de PQ da Psicologia para essa pesquisa, acontece devido à relação com a concepção de aprendizagem adotada. Conforme Borba e Araújo (2004), para o desenvolvimento de uma pesquisa em Educação Matemática é necessário existir uma coerência entre a abordagem metodológica e a visão de conhecimento. Esses autores esclarecem:

> Não faz sentido dizer que se compreender como aluno pensa e ter testes de múltipla escolha como procedimento fundamental de uma pesquisa. Não é coerente realizar pesquisas de cunho qualitativo e não entender que a verdade que dela se origina é socialmente acordada. Nesse sentido, é importante que haja consonância (...) entre visão de conhecimento e procedimentos (2004, p. 42).

Na Pesquisa Qualitativa é necessário utilizar instrumentos e procedimentos específicos, que garantam uma descrição confiável e desejável de todos os passos da pesquisa. O delineamento, a coleta, a transcrição e análise dos dados fazem parte desse desenvolvimento. Uma forma de organizar esses elementos e delinear uma pesquisa qualitativa é o estudo de caso, que foi adotado para o desenvolvimento dessa pesquisa.

Conforme Yin (2005), estudo de caso é uma estratégia de pesquisa qualitativa ou quantitativa, que visa estudar um caso e o conjunto de fatores que o envolve, para analisar uma teoria e/ou conceito: "É uma investigação empírica que: Investiga um fenômeno contemporâneo dentro de seu contexto da vida real, especificamente quando os limites entre o fenômeno e o contexto não são claramente definidos" (2005, p. 33). Nessa pesquisa, o fenômeno a ser estudado, é a AS, especificamente a atribuição dos significados pelos alunos a FQ, mediante um ensino através de um AO.

Para estudar o caso dessa pesquisa optou-se também, pela observação participante por permitir um acompanhamento mais prolongado, atentando aos detalhes das situações. Para Goldenberg (2003) a técnica da observação participante, complementada pelas técnicas de entrevista em profundidade, "revela o significado daquelas situações para os indivíduos, que sempre é mais amplo do que aquilo que aparece em um questionário padronizado" (p.34).

A observação participante foi realizada em um Colégio público de Salvador, o espaço empírico da pesquisa, com 7 sujeitos durante dois meses, representando a mesma carga horária que o conceito FQ é trabalhado em uma classe regular.

4.3.1. OS SUJEITOS DA PESQUISA

Participaram da pesquisa inicialmente treze alunos matriculados na 1ª série do ensino médio, desses, sete permaneceram até o final do experimento. A formação do grupo de sujeitos da pesquisa aconteceu através de um convite da pesquisadora aos alunos de três turmas do colégio. Espontaneamente, alguns alunos desejaram participar do estudo da pesquisa que, no decorrer dos encontros, eles denominaram de “Curso de FQ”.

É importante salientar que a escolha por alunos desse nível de escolaridade é devido ao fato de ser nesta série que o currículo de Matemática sugere um aprofundamento de função quadrática. Na escola pública onde foi aplicada a pesquisa destina-se uma unidade do ano letivo, aproximadamente 30 aulas de Matemática, para a abordagem dos conceitos pertinentes a FQ.

A seguir, uma descrição dos sujeitos baseada em um questionário e na observação do comportamento destes no desenvolvimento dos encontros. Um nome fictício – nomes de conceitos de FQ – foi dado a cada um dos sujeitos para preservar a identidade deles.

Parábola – é uma aluna de 16 anos, que revelou-se pouco falante nos encontros iniciais. É a segunda vez que cursa a 1a série do ensino médio. Estudou anteriormente em uma escola particular. Como não possui computador em casa, acessa sites de relacionamento, pesquisa, música em lan house, até três vezes por semana.

Delta – é uma aluna de 16 anos, que expunha sempre sua opinião e suas curiosidades sobre os conceitos, sobre o software de forma espontânea e coerente. Revelou ter muitas dificuldades em compreender os conceitos de Matemática. Nunca repetiu uma série e estudou a 8a série em uma escola pública. Possui computador em casa, mas frequenta diariamente lan house, de onde acessa sites de relacionamento, música e pesquisa.

Bháskara – é uma aluna de 16 anos, que participou ativamente dos encontros, sempre questionando as simulações e os conceitos de FQ explorados. Afirmou que não conseguiu compreender os conceitos de FQ abordados em sala de aula pelo professor de Matemática. Proveniente de uma escola particular, estava repetindo a 1a série do ensino médio. Apesar de não possuir computador em casa, acessa sites de relacionamento, de música, de pesquisa, de vídeo em lan house duas vezes por semana.

Coeficiente – é um aluno de 18 anos de idade, às vezes tinha dificuldade de concentração nas atividades. Ele revelou que já tinha concluído cursos de Informática, Telemarketing, Call Center e Eletrônica Básica. Conseguia responder verbalmente às questões das atividades, mas era muito limitado no momento de transcrevê-las. Repetiu duas séries e estudou a série anterior em uma escola pública. Tem computador em casa e visita diariamente sites de instituições que possibilitam estágio, sites de vídeos e de baixador de programas da internet.

Função Quadrática - é um aluno de 16 anos, que gosta de Matemática e se dedica aos estudos da disciplina. Comunicativo, procurava ajudar os colegas que tinham alguma dificuldade em manipular o software. Não repetiu série e estudou em uma escola pública. No período dos encontros, fazia um curso de preparação para o ingresso no CEFET – BA Através do computador de sua casa, acessava frequentemente sites de jogos, de revistas informativas, de jornais regionais dentre outros sites de notícias.

Gráfico – é um aluno de 16 anos, tímido, curioso e questionador. Procurava esclarecer suas dúvidas e gostava de verbalizar as respostas antes de escrevê-las, para conferir se estavam corretas. A série anterior cursou em uma escola pública e não repetiu nenhuma. No computador da sua casa, diariamente, acessa apenas site de pesquisa e de uma biblioteca digital.

Eixo – é um aluno de 16 anos, que expressa-se com segurança, objetividade e clareza. Possui conhecimentos sobre FQ e fez inferências significativas no decorrer dos encontros. Aluno de uma escola pública na série anterior, revelou não ter repetido série. Tem computador em casa e frequentemente visita sites de relacionamento e de jogos.

Obter dados acima dos sujeitos e outras informações foram possíveis através de instrumentos adequados, como questionário de perfil, testes diagnósticos (antes e depois da experimentação), teste de significados, atividades diárias, ficha de registro de observação e grupo focal, que se encontram em anexo.

Ainda se tratando de metodologia, é pertinente apresentar o processo de construção das simulações que compõem o OA utilizado na experimentação.

4.3.2. O DESENVOLVIMENTO DAS SIMULAÇÕES NO SOFTWARE MODELLUS

O passo inicial para o desenvolvimento das simulações propostas nessa pesquisa foi a escolha das situações da realidade. O Colégio em que os sujeitos serão investigados, os esportes são muito valorizados pelos alunos, então optou-se por um lançamento de bola no basquete e pelo lançamento de dardo. Ambos os lançamentos representam uma trajetória parabólica, como verifica-se nas figuras 16 e 17 abaixo:

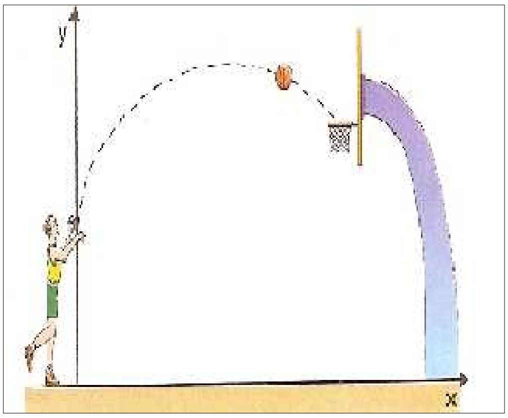


Figura 16: Modelo de lançamento de bola
Fonte: Matemática Fundamental[10]

[10] e [12] Figuras extraída do livro Matemática Fundamental, Ensino Médio, volume único. Autores: Giovani, Bonjorno e Giovani Júnior.

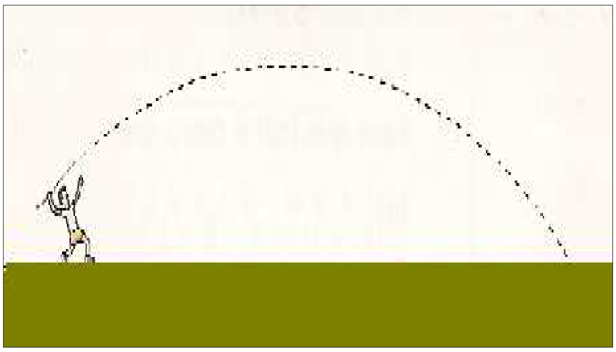


Figura 17: Modelo de lançamento de um dardo
Fonte: Matemática Fundamental[11]

Essas situações servirão de modelos que serão implementados no software. O passo seguinte é estabelecer o modelo matemático. Uma parábola pode surgir a partir de uma FQ na forma y= f(x) = ax^2+bx+c. Percebe-se nas figuras que a concavidade dela está voltada para baixo, significando que o coeficiente “a” tem valor negativo.

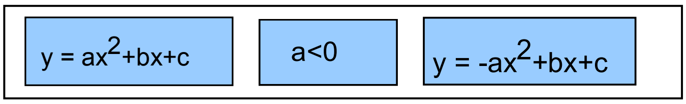


Figura 18: Modelos de FQ
Fonte: Própria

Estabelecido o modelo matemático, insere-o na Janela Modelo do software:

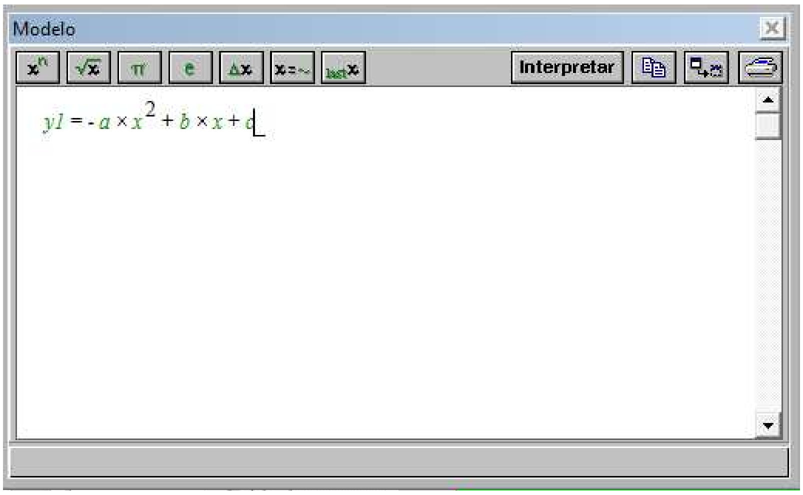


Figura 19: Modelo de FQ na janela Modelo do software
Fonte: Própria

Após essa inserção do modelo, determinam-se os coeficientes da FQ na Janela Condições Iniciais.

Figura 20: Inserção dos coeficientes da FQ na janela Condições Iniciais
Fonte: Própria

Define-se o domínio da função, determinando os limites da parábola na janela Controlo no ícone opções.

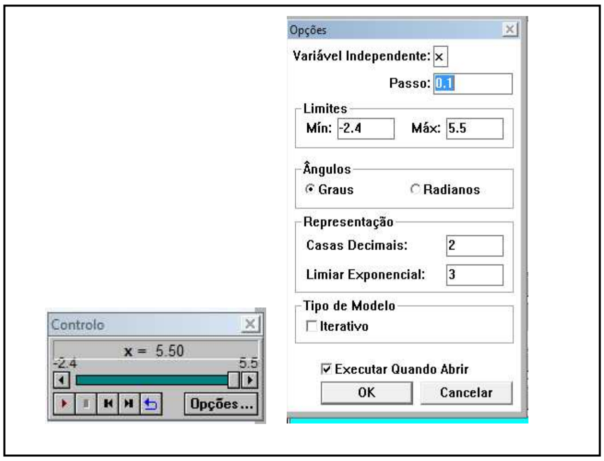
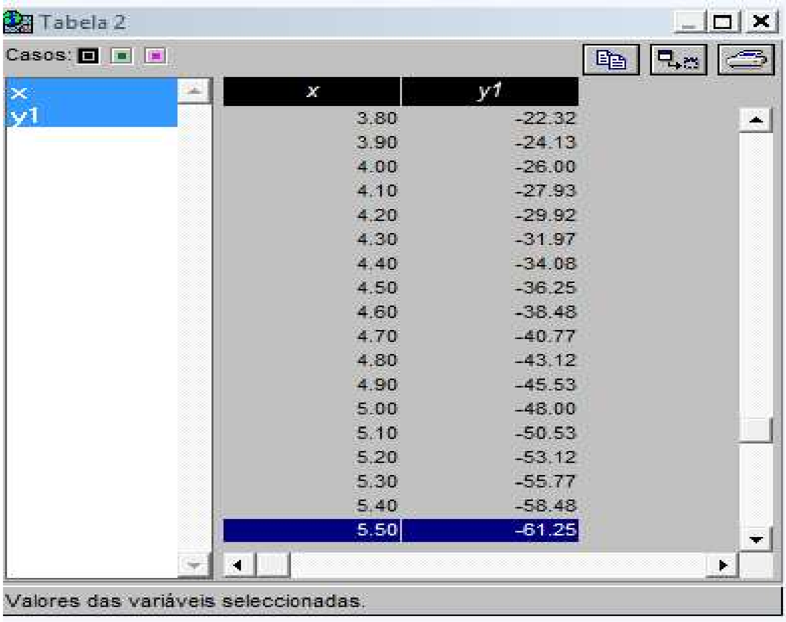


Figura 21: Definição do domínio da função na janela Controle no ícone opções
Fonte: Própria

Variando o valor de x em um determinado intervalo de valores numéricos, pode-se fazer y variar também, desta forma, chegando a dinamicidade numérica do modelo matemático.



x	y1
3.80	-22.32
3.90	-24.13
4.00	-26.00
4.10	-27.93
4.20	-29.92
4.30	-31.97
4.40	-34.08
4.50	-36.25
4.60	-38.48
4.70	-40.77
4.80	-43.12
4.90	-45.53
5.00	-48.00
5.10	-50.53
5.20	-53.12
5.30	-55.77
5.40	-58.48
5.50	-61.25

Figura 22: Dinamicidade numérica do modelo matemático

Fonte: Própria

Verifica-se o gráfico cartesiano gerado nesse modelo, a partir das variáveis x e y dessa situação.

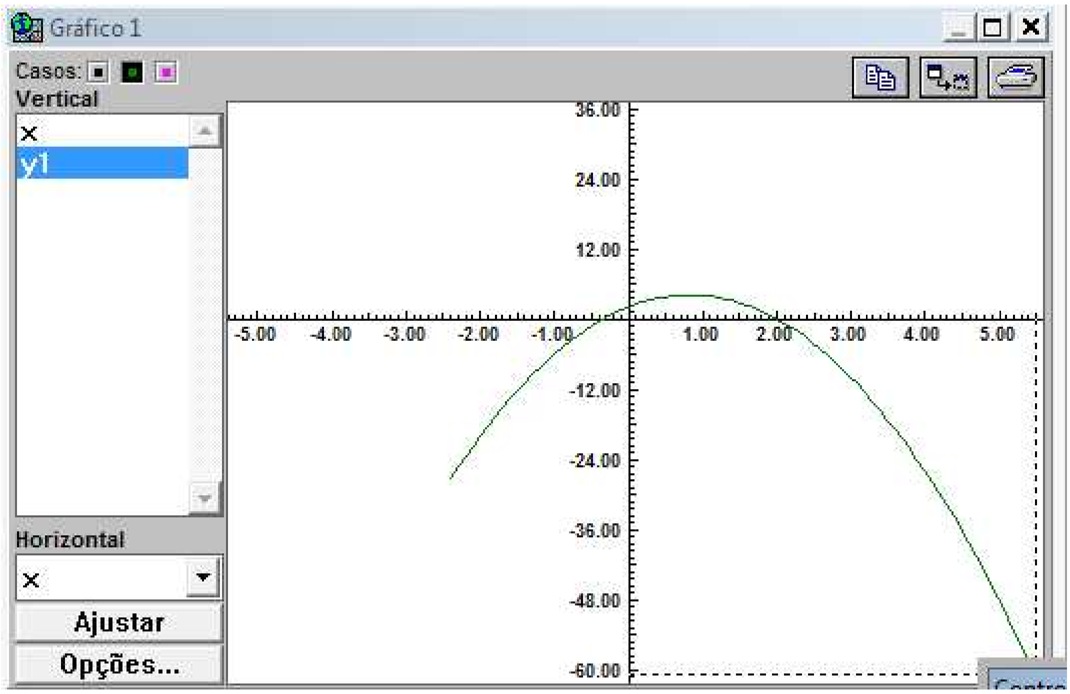


Figura 23: Gráfico cartesiano do modelo matemático
Fonte: Própria

A finalização dessa construção é a realização da simulação do sistema físico, lançamentos de bola, a partir do modelo matemático implementado, construindo portanto uma animação no Modellus. Os ícones do Modellus fornecem objetos para a simulação dos modelos e também permite que figuras e vídeos possam ser inseridos tornando os modelos mais similares à realidade. Através da janela animação, no ícone importação de imagem insere-se a figura. A conclusão do processo de construção da simulação dar-se sobrepondo o modelo dos lançamentos de bola as figuras disponíveis na janela animação.

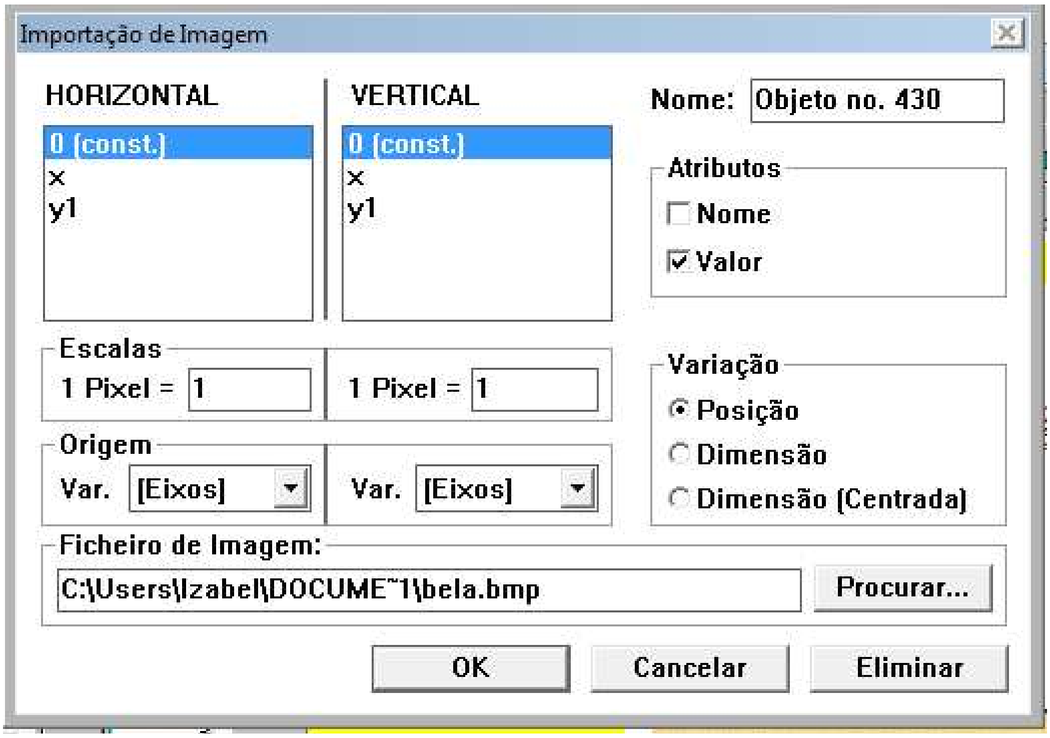


Figura 24: Ícone importação de imagem

Fonte: Própria

Figura 25: Simulação

Fonte: Própria

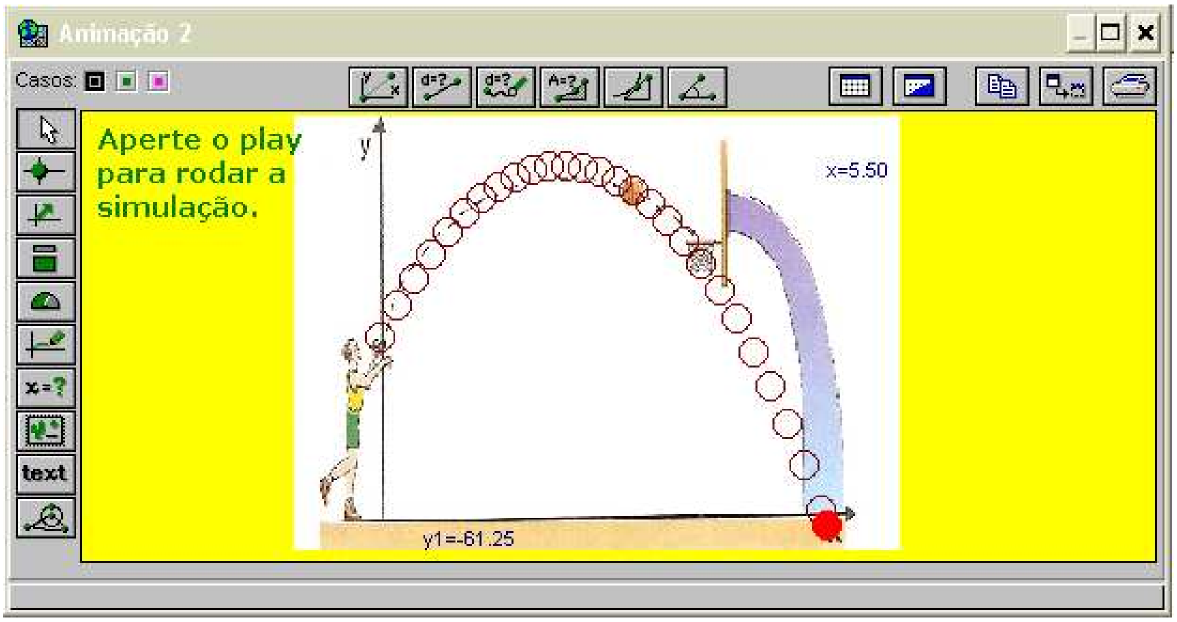


Figura 26: 2ª Simulação
Fonte: Própria

Modelos matemáticos de FQ do tipo y= ax^2 também foram implementados e suas respectivas parábolas animadas.

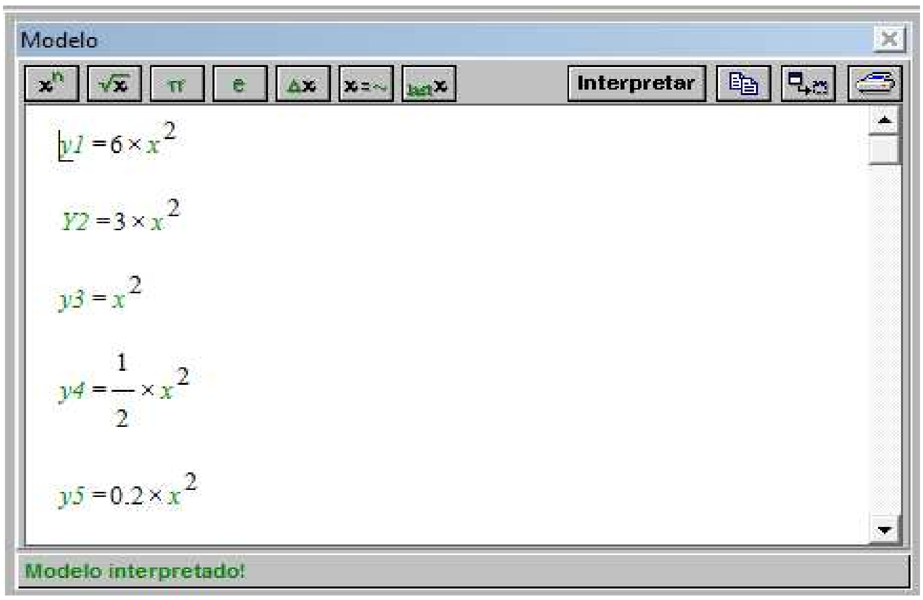


Figura 27: Modelos matemáticos de FQ do tipo y=ax2
Fonte: Própria

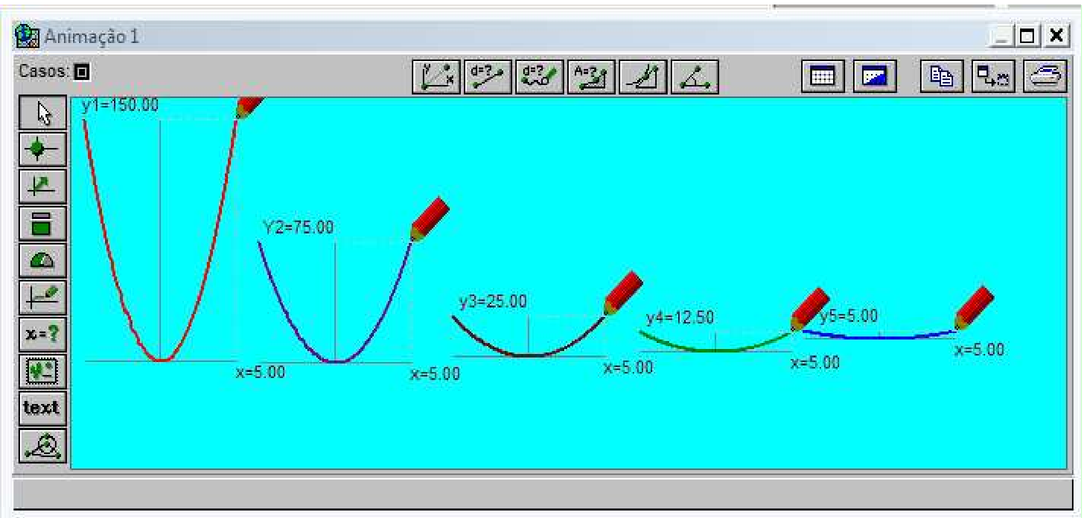


Figura 28: 3ª Simulação
Fonte: Própria

Após concluir a elaboração dessas simulações juntamente com as atividades do OA, a pesquisadora partiu para aplicá-la aos sujeitos, iniciando a experimentação.

4.4 A EXPERIMENTAÇÃO

Os dados obtidos durante a experimentação serão analisados em consonância com os princípios da TAS e dos fundamentos de OA, os referenciais teóricos dessa pesquisa. É apresentado aqui, uma descrição dos 10 encontros realizados. O Objeto de Aprendizagem utilizado no experimento é formado por duas simulações de lançamento de bolas em situações de esporte, uma simulação de um lançamento de foguete e um conjunto de atividades contendo questões que necessitavam de auxílio do Modellus para serem resolvidas.

No <u>**1º Encontro**</u> O Pré-teste foi aplicado com o objetivo de identificar os subsunçores relevantes dos alunos para uma AS de FQ e constou de 12 questões relativas à FQ. A aplicação ocorreu em uma sala de aula, com cadeiras em círculo. Durante a aplicação, três situações se destacaram: A primeira refere-se aos questionamentos dos alunos em relação a “fazer cálculos” para encontrar os zeros da FQ através da “fórmula de Bháskara”. Nenhuma questão do pré-teste necessitava de cálculos, todas as informações solicitadas encontravam-se no gráfico. Os alunos foram orientados a responderem conforme o entendimento deles. Esses alunos demonstraram estar acostumados a seguirem um ritual de respostas, só era possível encontrar zeros através da fórmula.

A outra situação reflete uma ansiedade do aluno em responder corretamente as questões. Em vários momentos, desejavam copiar as respostas do colega, uma situação de “cola” na escola. A autora interviu na situação, orientando que no decorrer do estudo muitas dúvidas deles iriam ser esclarecidas. Dois alunos mostraram as respostas atribuídas, querendo saber se estavam corretas.

A terceira situação refere-se a uma consideração dos alunos sobre a existência de uma única possível resposta correta para as questões. O Aluno Coeficiente tentou corrigir a resposta do Aluno FQ que tinha escrito “função quadrática” ao invés de “função do segundo grau” como a maioria tinha colocado. A pesquisadora manteve-se atenta a essa situação porque cinco alunos queriam checar suas respostas e considerar as respostas que a maioria julgava correta e não a que ele, individualmente, havia atribuído. É como se existisse um consenso de respostas padrões.

Através do pré-teste, foi possível conhecer quais os conceitos de FQ que os alunos possuíam mais ou nenhum conhecimento. O gráfico 1 apresenta as questões mais acertadas no pré-teste, as que tratavam de conceitos desconhecidos pelos alunos e as que não foram respondidas.

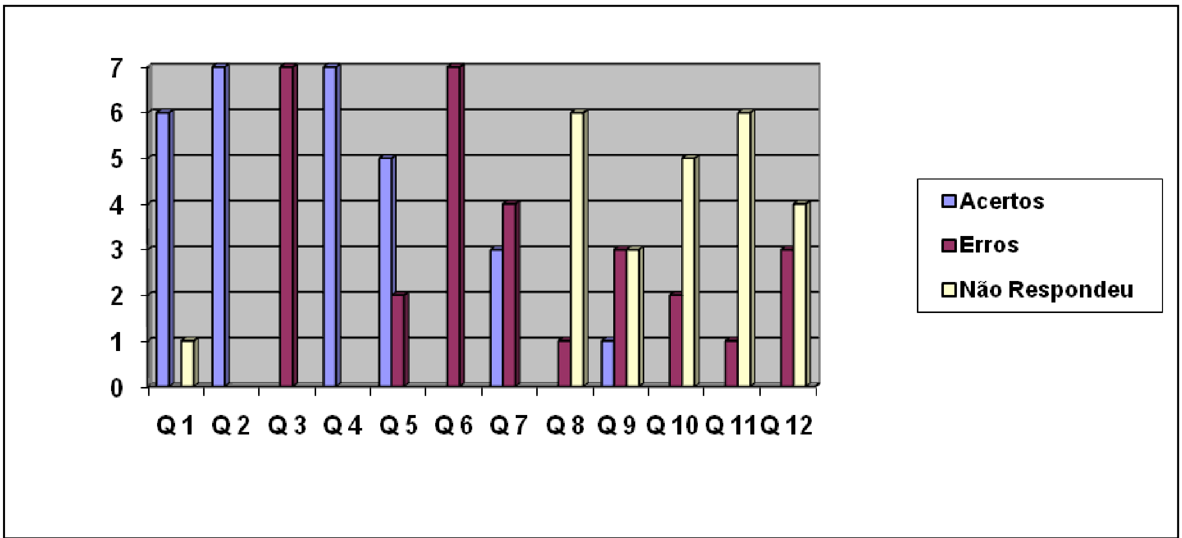


Gráfico 1: Tipos de respostas atribuídas no pré-teste

As questões com maior índice de acertos referem-se a:

Q 1: Denominação da curva parábola

Q 2: Reconhecimento de uma FQ

Q 4: Sentido da parábola: Concavidade voltada para cima ou para baixo

Q 5: Relação do sinal do coeficiente “a” com o sentido da parábola.

As questões que tratavam de conceitos que os alunos desconheciam naquele momento são:

Q 3: Representar uma FQ na forma y=ax2+bx+c a partir de um exemplo

Q 6: Reconhecer os coeficientes de uma FQ

Q 7: Reconhecer o gráfico de uma FQ a partir de um exemplo

Q 8: Identificar no gráfico o eixo de simetria, os zeros e o vértice da parábola.

Q 9: Reconhecer o conjunto imagem de uma FQ

Q 10: Reconhecer o conjunto domínio de uma FQ

Q 11: Relacionar a influência do coeficiente “a” na abertura da parábola da FQ do tipo $y= ax^2$

Q 12: Relacionar a influência do coeficiente “c” na abertura da parábola da FQ do tipo $y= ax^2+c$.

Além de contribuir como diagnóstico dos conhecimentos prévios dos alunos, o pré-teste também auxiliou na organização das outras atividades, que foram adequadas à realidade de conhecimento sobre FQ dos alunos.

O **2^0 Encontro** foi realizado em dois dias na sala de informática. No primeiro dia, estavam presentes apenas cinco alunos dos que haviam se disponibilizado para participar do experimento e duas alunas que fazem parte do grupo de sete sujeitos que estão sendo analisados. Nesse dia, algumas turmas do Colégio foram liberadas mais cedo e como estava marcado para o horário final das aulas, 11:50 min oito alunos resolveram não esperar.

Quando os cinco alunos entraram na sala de informática, os computadores já estavam ligados com as simulações produzidas pela pesquisadora prontas para serem rodadas. Eles foram orientados a ligar o play no software Modellus para observar as simulações. As alunas Delta e Parábola repetiram três vezes a simulação do lançamento de uma bola de basquete. Essa simulação foi a que mais chamou a atenção dos alunos.

Foi distribuída uma folha de papel em branco para cada aluno e solicitado que respondessem às questões disponíveis na lousa. Essas questões referiam-se às FQ representadas nas simulações e uma questão sobre as percepções deles da simulação.

Ao término do encontro, três alunos disseram que nunca tinham estudado através de um software matemático e que dificilmente entravam naquela sala de informática, embora estudassem semanalmente a disciplina Informática. Apesar desse relato, não demonstraram dificuldades em manipular o computador e explorar as interfaces do software. Isso decorre do fato de o Modellus ser um software direcionado à aprendizagem de Matemática e de Física, de interface em português e de fácil manipulação.

No segundo dia de observação das mesmas simulações, foi distribuída aos alunos uma atividade impressa e solicitado que eles respondessem as duas primeiras questões antes de observar as simulações. A primeira questão foi: Você já estudou Função Quadrática? Todos os alunos responderam que “sim”. A segunda questão referiu-se a situações da realidade que encontramos representações de parábolas. Apesar de todos os sete sujeitos da pesquisa afirmarem ter estudado, apenas três conseguiram citar exemplos.

As outras questões da atividade exploraram as FQ das simulações. Procurou-se nesse primeiro encontro, seguir a premissa ausubeliana “ensinar conforme o aluno já sabe”, partindo dos conceitos que os alunos demonstraram através do pré-teste estar mais familiarizados. O que confirmou a existência de subsunçores importantes a AS de FQ nos alunos. Nesse encontro, foi observado também que os alunos confundem exemplo de FQ com a forma geral $y=ax^2+bx+c$.

A última questão da atividade consistia em uma descrição do aluno das contribuições do encontro para a aprendizagem matemática deles. Foram citados vários conceitos que remetiam à construção do gráfico de uma FQ.

O Modellus é um software de expressão que fornece diferentes representações numérica, algébrica, gráfica para um mesmo conceito matemático, como a FQ. A Aluna Parábola considerou importante a visualização da curva parábola no software, como uma forma de ver seu tamanho real (APÊNDICE A). O aspecto dinâmico da construção do gráfico foi ressaltado pela Aluna Delta (APÊNDICE A) .

Também, esse software apresenta uma construção de parábola, que segue uma trajetória descrita pelos pontos. Pelos depoimentos dos alunos (APENDICE A), percebe-se que essa visualização da representação gráfica de Função Quadrática no software possibilitou uma compreensão da ordenação de pontos no plano cartesiano.

A seguir tem-se um modelo que sintetiza os principais resultados do estudo de FQ nesse encontro:

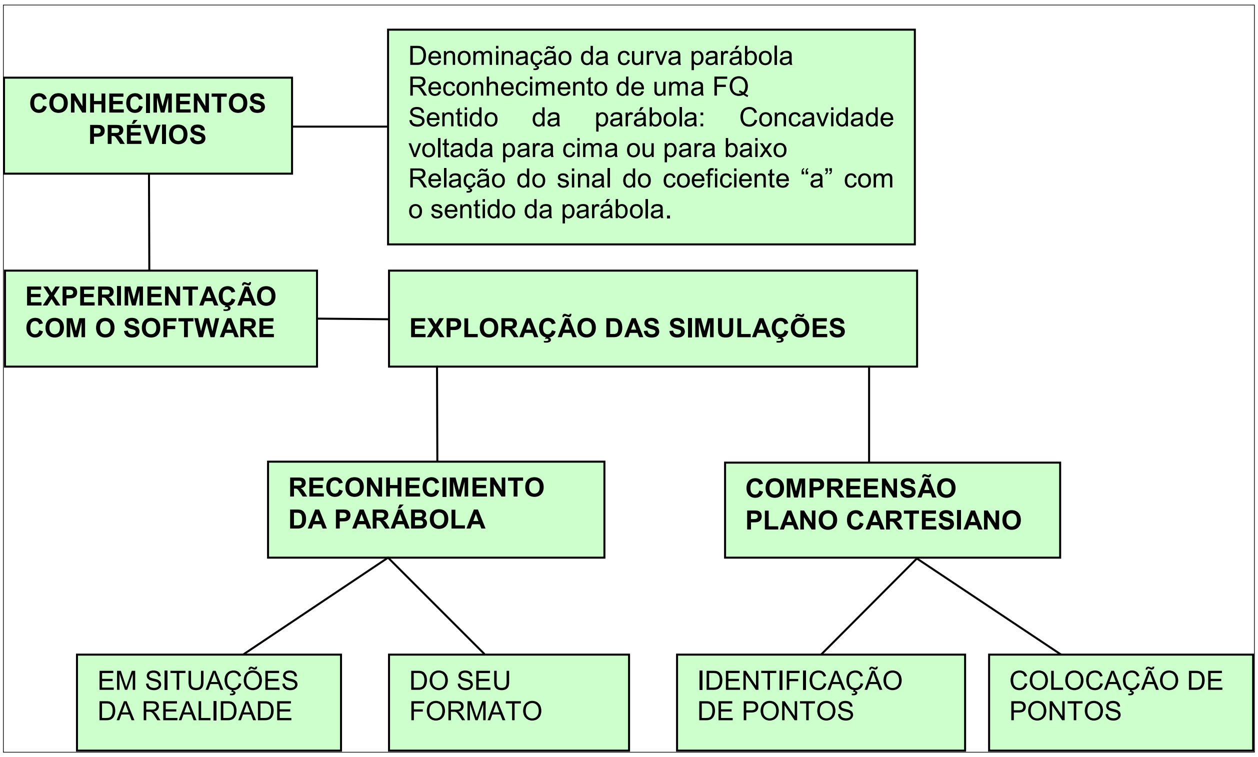


Diagrama 1: Processo de significado dos alunos dos primeiros encontros.

No **3^0 Encontro**, foram trabalhadas atividades de construção do gráfico através de dados da FQ disponíveis nas interfaces do Modellus. Foi entregue aos alunos uma folha de papel quadriculado e solicitado que eles escolhessem cinco pontos para representar graficamente a função.

Os alunos que possuíam conhecimentos prévios sobre marcação de coordenadas e pontos no plano cartesiano conseguiram avançar mais, construir o gráfico solicitado. Esse é um dos pré-requisitos para que um material seja potencialmente significativo para o aprendiz, que tenha disponibilidade de conteúdo relevante na estrutura cognitiva. Essa condição confere-se no trabalho do Aluno Coeficiente que escolheu cinco pontos formado por números decimais e na colocação dos pontos dimensionou o espaço entre estes, tornando o delineamento da curva legível (APÊNDICE B).

As OCEM (2006) sinalizam que o professor, ao utilizar softwares no ensino de Matemática, deve estar preparado para lidar com algumas situações, como a criatividade dos alunos na apresentação das suas respostas e a motivação deles no desenvolvimento das atividades. O que condiz com as respostas do Aluno Gráfico, que utilizou as letras que formam o seu nome para representar os pontos que ele escolheu e no seu depoimento expressa a sua motivação (APÊNDICE B). A Aluna Delta ressalta a visualização como elemento importante para a compreensão do gráfico (APÊNDICE B). A Aluna Parábola expressa a sua satisfação em iniciar a sua aprendizagem sobre construção do gráfico (APÊNDICE B).

Os depoimentos dos alunos e as suas construções revelam que o uso de tecnologia no ensino de Matemática constitui um recurso importante por facilitar a descrição, a reflexão e a depuração das idéias e das atividades que eles realizam (VALENTE, 2002).

O conceito de gráfico, significado de variável e FQ foram explorados no **4^0 Encontro**. Foi explicado pela pesquisadora a ordenação dos valores para x e y no plano cartesiano. Também foi explicado aos alunos como representar esses valores na forma de conjunto. Na realidade, o objetivo dessa explicação era chegar ao conceito de Domínio e Imagem a partir de idéias mais gerais, inclusivas como recomenda Novak.

No decorrer da explicação, a pesquisadora questiona o grupo sobre a denominação para o conjunto dos valores correspondentes a x. A Aluna Parábola disse abcissa. A autora reforçou essa ideia, dizendo que os valores que representam a abcissa têm um nome especial no estudo de funções. O Aluno Coeficiente interrompe e diz que se trata do Conjunto Domínio e que no eixo das ordenadas “ficam” (expressão do aluno) os valores da Imagem. Após a explanação do conceito, foram entregues as atividades impressas aos alunos.

Os PCNEM (1997) sugerem um ensino de funções contextualizado. Pensando assim, a atividade apresentava uma situação problema envolvendo o lançamento de um foguete que utilizava uma FQ relacionando o tempo em função da altura. Os alunos puderam visualizar a simulação dessa situação no Modellus e responder algumas questões.

As potencialidades do software Modellus colaboraram para uma melhor visualização da parábola, bem como para a interpretação dos valores das coordenadas, ressaltada nas falas do Aluno Coeficiente quando solicitado para fazer uma descrição das vantagens desse estudo (APÊNDICE C). Outro aspecto do uso do Modellus é a motivação. Os Alunos Delta e Gráfico destacam como vantagem do estudo a satisfação em estar aprendendo através do software (APÊNDICE C).

Em relação a determinação dos pontos (x,y), foi importante apresentar uma tabela contendo os valores de t e h(t) solicitando os cálculos, pois todos os alunos conseguiram efetuar os cálculos. Conforme Novak (1981), é necessário elaborar estratégias de apresentação dos conceitos, analisar os recursos existentes e combiná-los adequadamente.

O objetivo desse **5^0 Encontro** foi continuar com o estudo da construção do gráfico, utilizando as funcionalidades do software Modellus e analisar se, através dos dados adquiridos na tabela do software, os alunos conseguem checar seus resultados.

Uma situação do cotidiano escolar foi abordada pelos alunos Coeficiente, Gráfico e Função. Ao adentrar a sala de informática, o Aluno Coeficiente comentou que havia procurado a pesquisadora em todas as instalações do Colégio e não a haviam encontrado. Dirigiram-se à sala de informática, mas viram o cadeado na porta e resolveram ir até a coordenação obter informação sobre a presença ou não da pesquisadora no colégio. Lá o Aluno Gráfico lembrou que se o cadeado encontrava-se na parte de cima da grade da porta significava que tinha alguém. Retornaram e a encontraram. O Aluno Função frisou que eles iam embora. A partir dessa situação, ficou claro que o estudo estava sendo significativo para esses alunos e que eles estavam se sentindo à vontade em conversar. Quanto mais o sujeito se aproxima do pesquisador mais ele consegue expressar suas concepções acerca de vários conteúdos.

Quando os outros alunos chegaram à sala, iniciou-se as atividades do encontro. Explicou-se, durante cinco minutos, no quadro, como adquirir o valor de y a partir de cálculos. Em seguida, solicitou-se que eles desenvolvessem as atividades que consistiam na construção de dois gráficos no papel quadriculado. Após essa construção, os alunos escreveram dois exemplos de FQ no software, como mostra a figura abaixo.

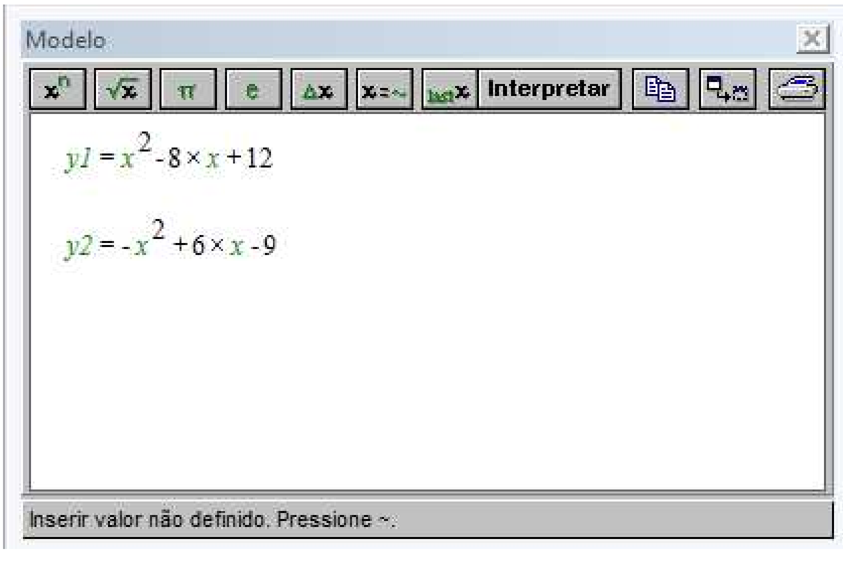


Figura 29: Exemplo de duas FQ
Fonte: Própria

Entre os recursos do Modellus estão os dados fornecidos na Janela Tabela, que exibe os valores de x e y, como mostra a figura, que possibilitou os alunos conferirem seus gráficos no Modellus.

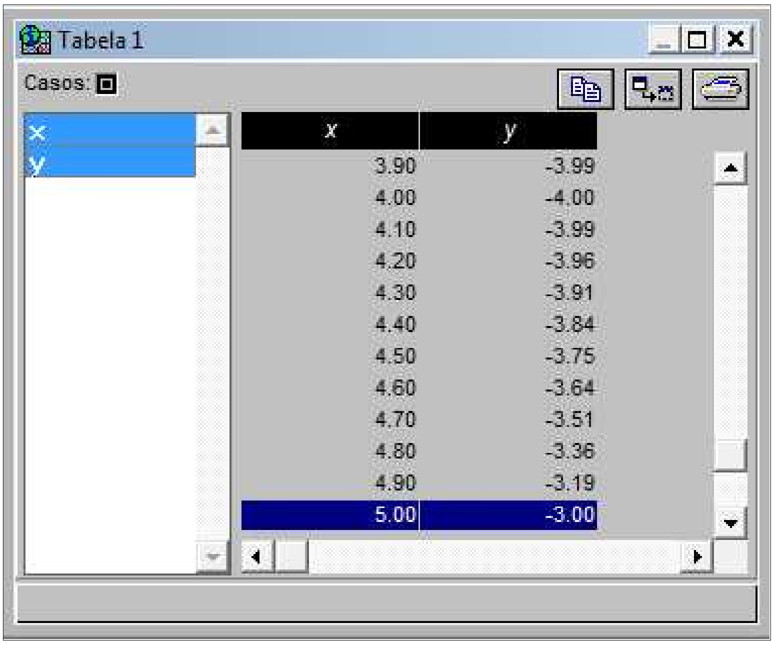


Figura 30: Tabela de valores de x e f(x) no Modellus
Fonte: Própria

O Aluno Gráfico comparou seu esboço de parábola no papel com a do software e percebeu que havia errado nos cálculos de dois pontos (APÊNDICE D). Também a Aluna Parábola notou que o seu gráfico estava diferente do construído no software. Os outros alunos também conferiram suas construções e depois todos conseguiram esboçar o gráfico no papel. Embora a Aluna Parábola sinalizasse a sua dificuldade, ela conseguiu esboçar o gráfico (APÊNDICE D).

Uma das vantagens do Modellus é possibilitar ao aluno experimentar as diversas representações de FQ (equações e curvas), alterar seus parâmetros, fazendo-o perceber e corrigir seus próprios erros. Foi o que aconteceu nesse encontro. Os alunos fizeram no papel, depois escreveram os modelos de FQ no software e checaram seus resultados.

Do 3^0, 4^0 e 5^0 encontro foi possível verificar que ocorreram avanços em relação aos significados dos alunos em relação à FQ. Depois do reconhecimento de pontos no plano cartesiano eles tiveram uma melhor compreensão dos valores das coordenadas de um ponto, conseguindo assim colocar esses pontos e perceber a curva parábola como representação gráfica de uma FQ. Esses avanços podem assim serem representados:

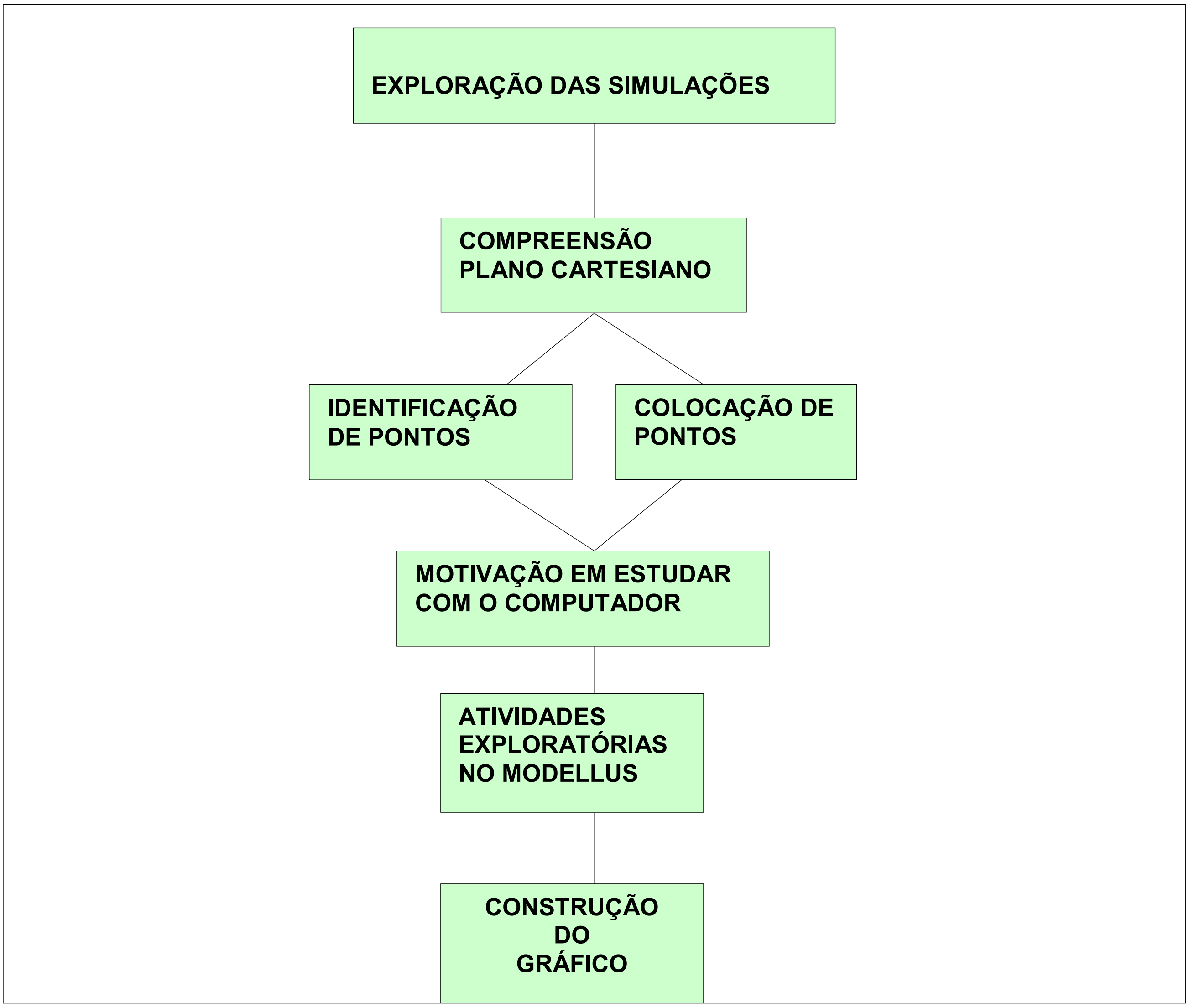


Diagrama 2: Processo de significado dos alunos nos 3º, 4º e 5º encontros

No **6^0 Encontro** foi realizado na sala de aula dos alunos. Foi solicitado que construíssem os gráficos no papel quadriculado. Depois cada aluno dirigiu-se ao quadro para efetuar os cálculos, encontrar o valor de y e marcar o ponto no plano cartesiano esboçado na lousa. O Aluno Eixo fez uns cálculos diferentes e foi muito questionado pelos colegas, mas foi incentivado pela pesquisadora a prosseguir com suas respostas que estavam coerentes com o solicitado na questão.

Os softwares que traçam gráfico de funções possibilitam a visualização e acentuam a experimentação. Permitem que os alunos experimentem os gráficos de FQ antes da sistematização desse conceito (BORBA E PENTEADO, 2005).

Nesse encontro, observou-se que se forem introduzidos primeiramente os conceitos mais gerais, mais inclusivos como a localização de abcissa e ordenadas no plano cartesiano e depois os mais específicos como efetuar os cálculos de pontos a partir do tipo de FQ apresentado, pode acontecer um melhor desenvolvimento desses conceitos (NOVAK, 1981).

Através desse encontro, foi possível perceber nesse grupo de sujeitos, que na exposição dos conceitos de FQ, visando uma AS, é necessário focalizar um conceito e trabalhar com um número reduzido de questões, até que os alunos o assimilem.

A Aluna Bháskara conseguiu distinguir o que aprendeu na sala de aula e na sala de informática (APÊNDICE E). Uma lista de conceitos que vem compreendendo é apresentada pela Aluna Parábola (APÊNDICE E). A contribuição da visualização do gráfico no software antes de construir no papel é reconhecida pela Aluna Delta (APÊNDICE E). Esse retorno que os alunos estão fornecendo, levam a uma confirmação que eles construíram significados a representação gráfica de uma FQ, podendo ser assim esquematizado:

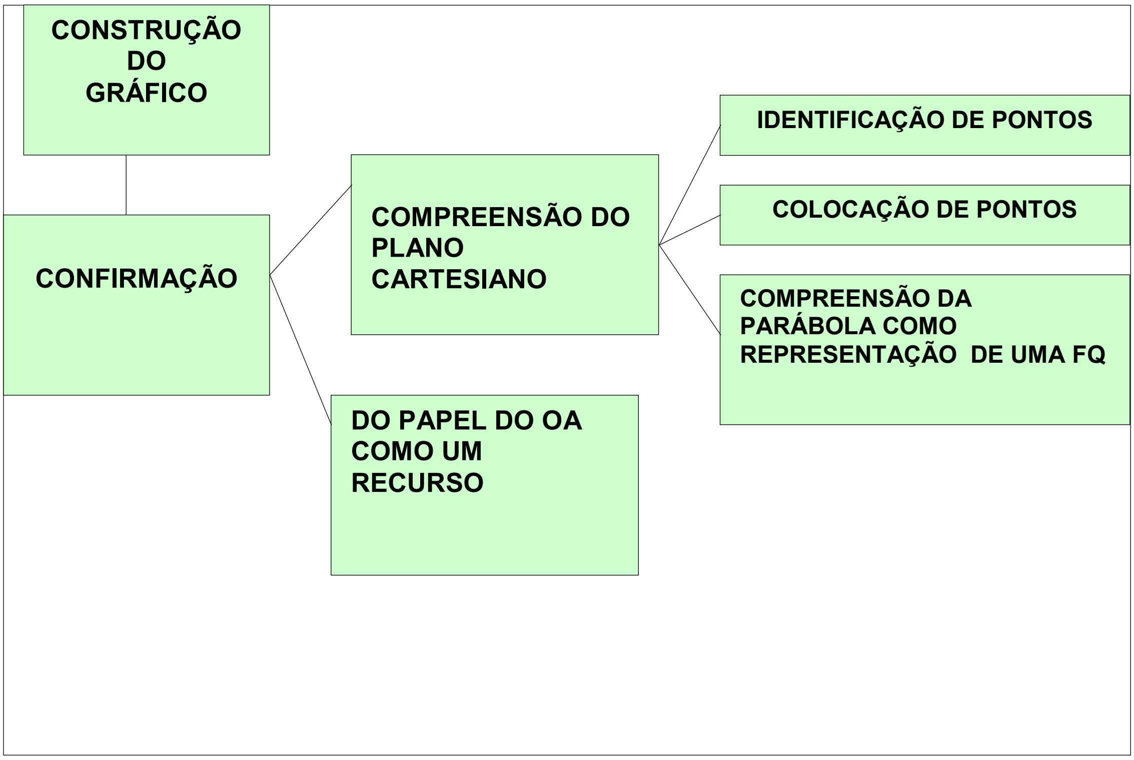


Diagrama 3: Processo de significado dos alunos a partir do 6º encontro.

No **7^0 Encontro** foram desenvolvidas atividades que consistiam em estudar a influência do coeficiente “a” na representação gráfica de FQ do tipo $Y=ax^2$. A atividade encontrava-se no arquivo disponível no word. Inicialmente solicitou-se aos alunos que rodassem a simulação dos gráficos de $Y=ax^2$, depois foram lançadas essas perguntas ao grupo: Qual a diferença entre o gráfico vermelho e o gráfico azul? A aluna Parábola respondeu que um gráfico era maior que outro. O Aluno Função colocou que o gráfico y5 era quase uma reta. Interrogou-se: Qual o coeficiente “a”? Nesse momento, o Aluno Coeficiente interrompe e fala que “x” é variante, discutiu-se sobre isso antes de prosseguir. Então, foi retomado o assunto anterior, escrevendo no quadro a FQ na forma geral $Y=ax^2+bx+c$. Perguntou-se sobre os coeficientes “b” e”c” dos exemplos contidos na simulação. O Aluno Gráfico concluiu que o tipo de FQ da simulação era $Y=ax^2$.

A pesquisadora como professora de Matemática teve que lidar com o seu ímpeto de fornecer as respostas para os alunos. Trabalhar em uma perspectiva de construção do conhecimento, visando uma AS por parte dos alunos, requer uma abordagem conceitual que estimule o aluno a interagir com os conhecimentos anteriores e com os que estão sendo apresentados. Certamente está acontecendo uma ressignificação da prática docente.

Após essa discussão, os alunos começaram a responder as questões da atividade. A primeira questão consistiu no preenchimento de uma tabela com dados disponíveis nas janelas do Modellus. Foi explorado também nessa atividade a diferença entre exemplo e a forma geral de uma FQ.

Uma questão sobre eixo de simetria fomentou um debate interessante no grupo:

Aluno Gráfico: - “é a parte da parábola que ela começa a repetir do outro lado. O eixo de simetria depende das coordenadas do vértice.

Aluna Bháskara: - “eu acho que o eixo separa os valores positivos de x dos negativos”

Aluna Delta - “eu acho que o eixo de simetria é a linha pontilhada porque o outro é o eixo y”

Aluno Função - “o eixo divide a parábola”

A autora da pesquisa dirigiu-se ao quadro e explicou que ao marcar pontos (x,0) obtém-se uma reta no sentido vertical. Em relação a pontos (0,y), obtém-se uma reta no sentido horizontal. Procurou-se fornecer explicações que funcionassem como subsídios, elementos para auxiliar na conceituação, isto é, fornecer um caminho. Foi desafiante adotar essa estratégia, porém percebeu-se que os alunos conseguiram desenvolver mais os conceitos.

O objetivo desse encontro era estudar a influência do coeficiente “a” na representação gráfica de FQ do tipo $Y=ax^2$, pois as OCEM (2006) sugerem que o ensino de FQ relacione a álgebra e a geometria, isto é, que os coeficientes de uma FQ influenciam diretamente na construção do gráfico: “que o aluno consiga estabelecer as relações entre o “aspecto” do gráfico e os coeficientes de sua expressão algébrica” (OCEM, 2006, p.).

Entretanto os alunos valorizaram mais o estudo de eixo de simetria e a diferença entre a forma geral e exemplo. Provavelmente eles não tinham subsunçores relevantes para uma AS da influência do coeficiente “a” na parábola. É necessário entender $Y=ax^2+bx+c$, como forma geral e depois os tipos de FQ oriundas desta, como $Y=ax^2$. Em situações como esta é que o OA utilizado nesta atividade assume sua principal função como organizador prévio: “preencher o hiato entre o que o aprendiz já sabe e o que ele precisa saber, antes que ele possa aprender com sucesso, a tarefa com que se defronta" (AUSUBEL, 1980, p.144)

Para esse **8^0 Encontro**, foi organizada uma atividade que deu continuidade aos estudos da influência do coeficiente "a" na abertura da parábola do tipo $Y=ax^2$ e permitiu estudar também a influência do coeficiente "c" na representação gráfica de FQ do tipo $Y=ax^2+c$.

Os alunos escreveram na Janela Modelo do software um modelo de FQ do tipo $Y=ax^2$ e atribuíram valores estabelecidos pela autora na Janela Casos. A pesquisadora os orientou para que observassem os vários gráficos. Depois eles fizeram o mesmo para FQ do tipo $Y=ax^2+c$. Após essa implementação de modelos no software, foi distribuída uma atividade impressa. A Aluna Parábola demonstrou compreender a relação do coeficiente "a" da FQ do tipo $Y=ax^2$ com a abertura da parábola (APENDICE G). O Aluno Eixo conseguiu prevê os gráficos solicitados em uma questão sem efetuar cálculos (APENDICE G). O aspecto dinâmico dos gráficos no Modellus foi valorizado pela Aluna Bháskara (APENDICE G).

Observou-se nesse encontro, que é necessário no planejamento de currículo atentar para a hierarquia entre conceitos. No encontro anterior, foi explorado também FQ na forma geral, $Y=ax^2+bx+c$, o que ajudou os alunos a compreenderem FQ do tipo $Y=ax^2$ e $Y=ax^2+c$: "Separar da massa de conhecimentos os conceitos abrangentes e os subordinados que queremos ensinar" (NOVAK, 1986, p.67).

Os alunos escreveram modelos de FQ no software, manipularam o software, ampliando os limites de visualização da parábola, definindo a velocidade do traçado da curva, mudaram as escalas de visualização do gráfico, dentre outras execuções, o que lhes forneceu certa autonomia. Esse tipo de atividade coloca o aluno como agente de sua própria aprendizagem.

Nesse **9^0 Encontro**, foi realizada um atividade que consistia na escolha de um exemplo de FQ por parte dos alunos para explorar o conceito de coordenadas do vértice, eixo de simetria, domínio, imagem e zeros, a partir da implementação de algumas fórmulas no software.

Foi solicitado ao grupo que escrevesse na Janela Modelo uma FQ na forma Geral e definisse um exemplo. Em dupla ou individualmente, os alunos atribuíram valores aos coeficientes na Janela Casos e formaram sua própria FQ.

O exemplo escolhido pela dupla Bháskara e Gráfico foi $Y=2x^2+5x+3$:

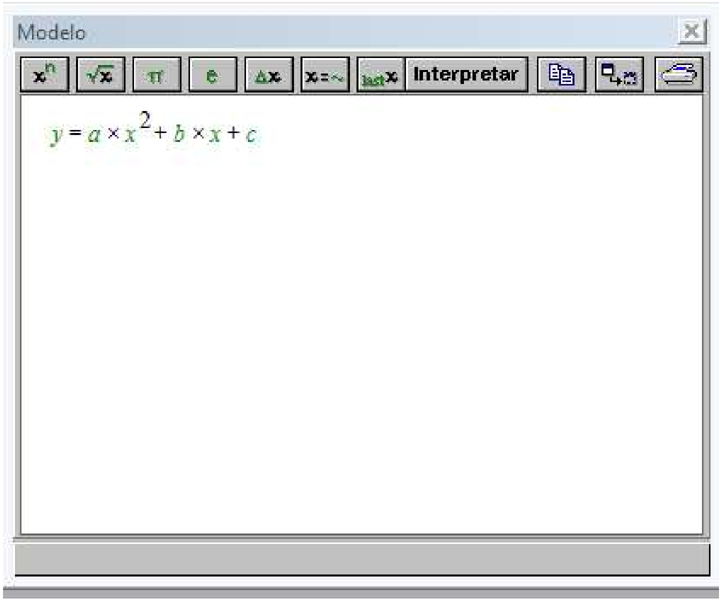


Figura 31: FQ $y=ax^2+bx+c$ na janela Modelo
Fonte: Própria

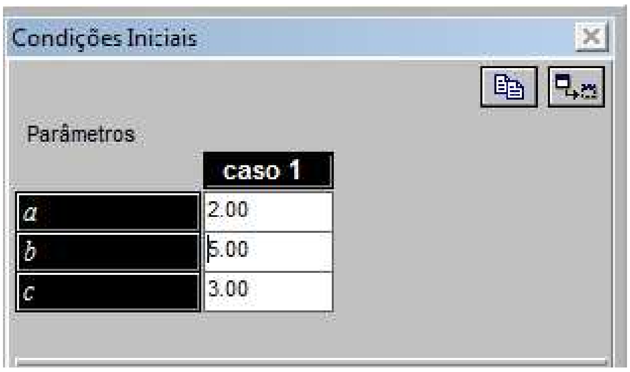


Figura 32: Valores para os coeficientes a, b e c para y=ax2+bx+c atribuídos pelos Alunos Bháskara e Gráfico
Fonte: Própria

Após anotarem seus exemplos, solicitou-se que escrevessem as fórmulas que estavam na lousa na Janela Modelo. Essas fórmulas permitiam encontrar as coordenadas do vértice e dos zeros. O Aluno Eixo escolheu o exemplo $Y=x^2+x-2$, escreveu as fórmulas e obteve uma tabela, como mostram as figuras abaixo:

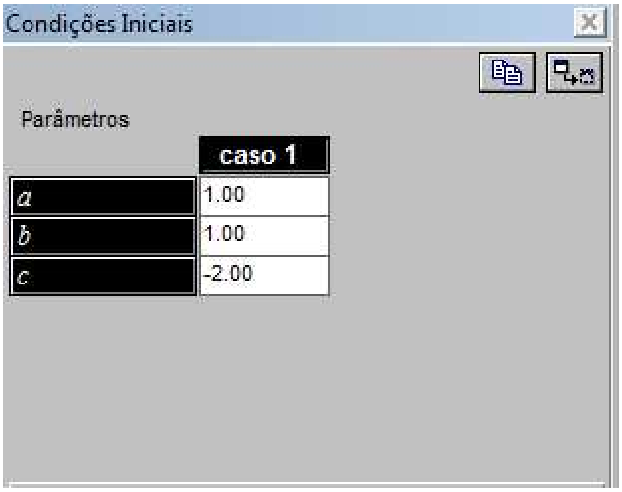


Figura 33: Valores para os coeficientes a, b, e c para y= ax2+bx+c atribuídos pelo aluno Eixo
Fonte: Própria

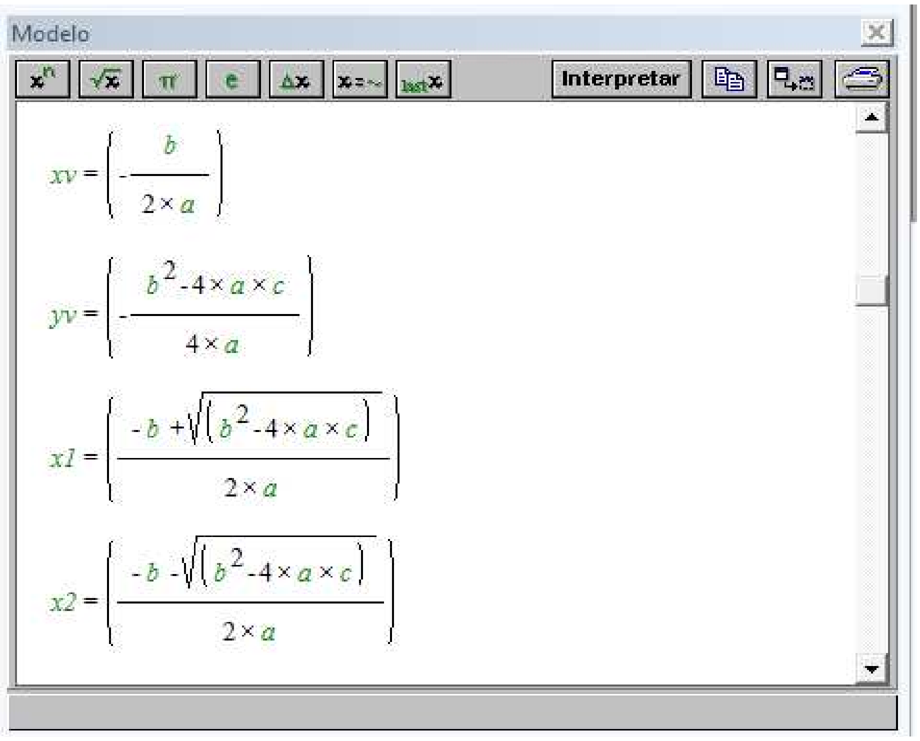


Figura 34: Fórmulas escritas pelo Aluno Eixo
Fonte: Própria

Tabela 1

Casos:

x	y	xv	yv	x1	x2
0.35	-1.53	-0.50	-2.25	1.00	-2.00
0.40	-1.44	-0.50	-2.25	1.00	-2.00
0.45	-1.35	-0.50	-2.25	1.00	-2.00
0.50	-1.25	-0.50	-2.25	1.00	-2.00
0.55	-1.15	-0.50	-2.25	1.00	-2.00
0.60	-1.04	-0.50	-2.25	1.00	-2.00
0.65	-0.93	-0.50	-2.25	1.00	-2.00
0.70	-0.81	-0.50	-2.25	1.00	-2.00
0.75	-0.69	-0.50	-2.25	1.00	-2.00
0.80	-0.56	-0.50	-2.25	1.00	-2.00
0.85	-0.43	-0.50	-2.25	1.00	-2.00
0.90	-0.29	-0.50	-2.25	1.00	-2.00
0.95	-0.15	-0.50	-2.25	1.00	-2.00
1.00	0.00	-0.50	-2.25	1.00	-2.00
1.05	0.15	-0.50	-2.25	1.00	-2.00
1.10	0.31	-0.50	-2.25	1.00	-2.00
1.15	0.47	-0.50	-2.25	1.00	-2.00
1.20	0.64	-0.50	-2.25	1.00	-2.00
1.25	0.81	-0.50	-2.25	1.00	-2.00
1.30	0.99	-0.50	-2.25	1.00	-2.00
1.35	1.17	-0.50	-2.25	1.00	-2.00
1.40	1.36	-0.50	-2.25	1.00	-2.00

Figura 35: dados fornecidos a partir das fórmulas escritas pelo Aluno Eixo
Fonte: Própria

Para sistematizar a atividade, foi distribuída uma folha de papel ofício aos alunos e solicitado que eles anotassem do quadro a seguinte questão: Da FQ representada no Modellus, encontre os seguintes conceitos:

a) Forma geral da FQ

b) Exemplo

c) Coordenadas do vértice

d) Zeros

e) Eixo de Simetria

f) Conjunto Domínio

g) Conjunto Imagem

A escolha em desenvolver a atividade no papel ofício aconteceu devido ao fato de ser um material acessível em escolas públicas. Todos os alunos conseguiram responder as questões solicitadas.

Em um planejamento de currículo, segundo Novak (1986), deve-se organizar os conceitos de uma forma que favoreça a diferenciação progressiva dos conceitos. É o caso do Aluno Gráfico que chegou a conclusão que o eixo de simetria era a coordenada do vértice x (APÊNDICE H).

Esse encontro foi o mais apreciado pelos alunos porque lhes foi dada a oportunidade de escolher seus próprios exemplos. Verificou-se que esse tipo de atividade teve um impacto muito significativo na aprendizagem de alguns alunos (APÊNDICE H), favoreceu a autonomia deles.

Nesse encontro, foram trabalhados os conceitos a partir de procedimentos que os alunos conheciam como, por exemplo, a utilização de fórmulas para o cálculo de coordenadas do vértice e dos zeros da FQ. Essa é uma das condições para que os alunos aprendam significativamente. Conforme Ausubel (1980): É necessário que o material a aprender seja potencialmente significativo, não-arbitrário, que seja exposto em um encadeamento coerente, não-aleatório, considerando as idéias que os alunos são capazes de aprender.

Do 7^0, 8^0 e 9^0 encontro, foi possível verificar que após os alunos compreenderem o gráfico, eles passaram a entender também outros conceitos de FQ. O Modelo a seguir apresenta o valor da representação gráfica nesse estudo de FQ com os sujeitos investigados:

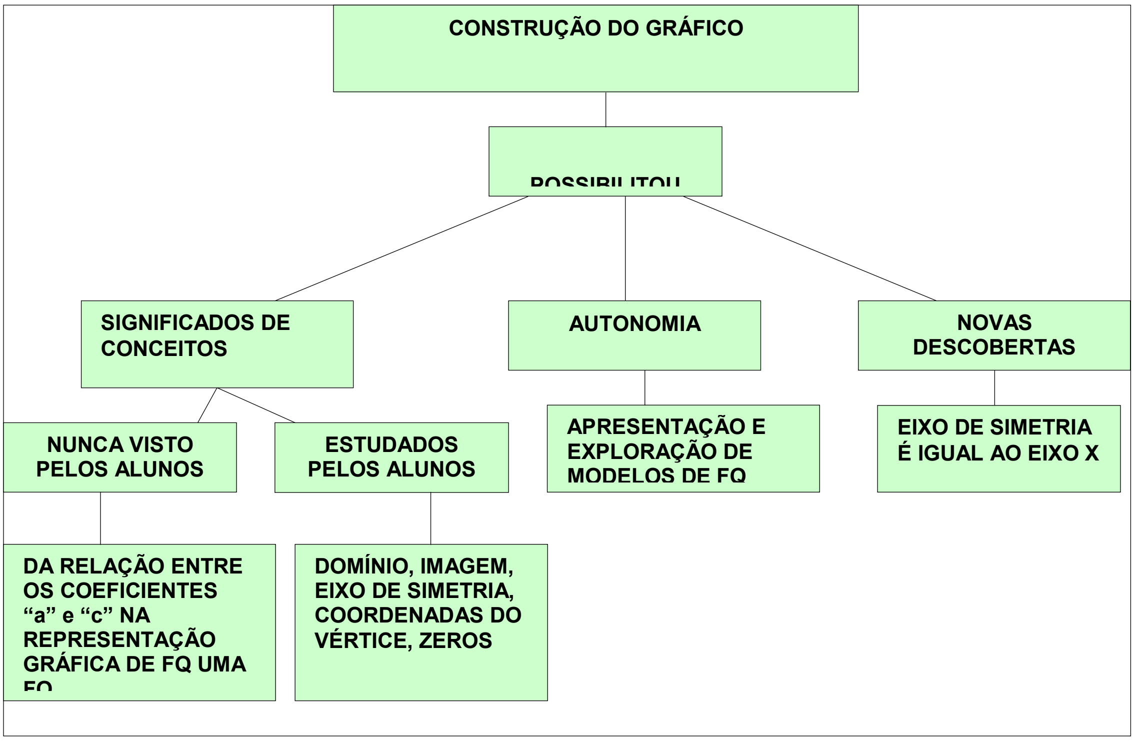


Diagrama 4: Processo de significado dos alunos nos 7º, 8º e 9º encontro.

No **<u>10^0 Encontro</u>**, foi aplicado um pós-teste contendo as mesmas questões do pré-teste. Os alunos, dispostos em círculo, receberam o pós-teste e foram orientados a responderem. O Gráfico 2 representa as suas respostas no pré-teste. Constitui um diagnóstico inicial dos seus conhecimentos em relação aos conceitos de função quadrática escolhidos para a investigação.

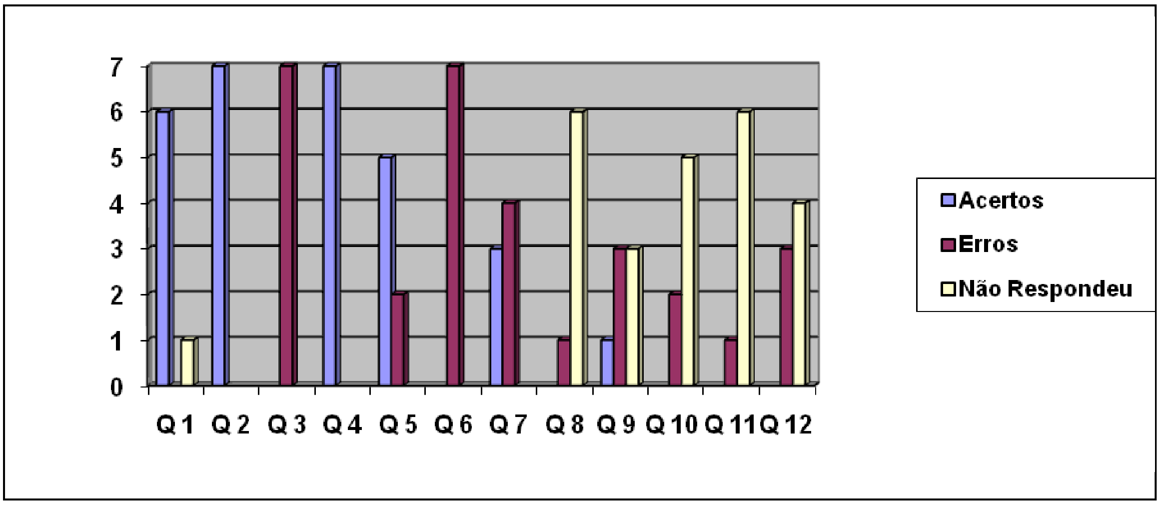


Gráfico 2: Tipos de respostas atribuídas no pré-teste

O Gráfico 3 apresenta a variação de respostas dos alunos no pós-teste, o nível de conhecimento adquirido durante a experimentação.

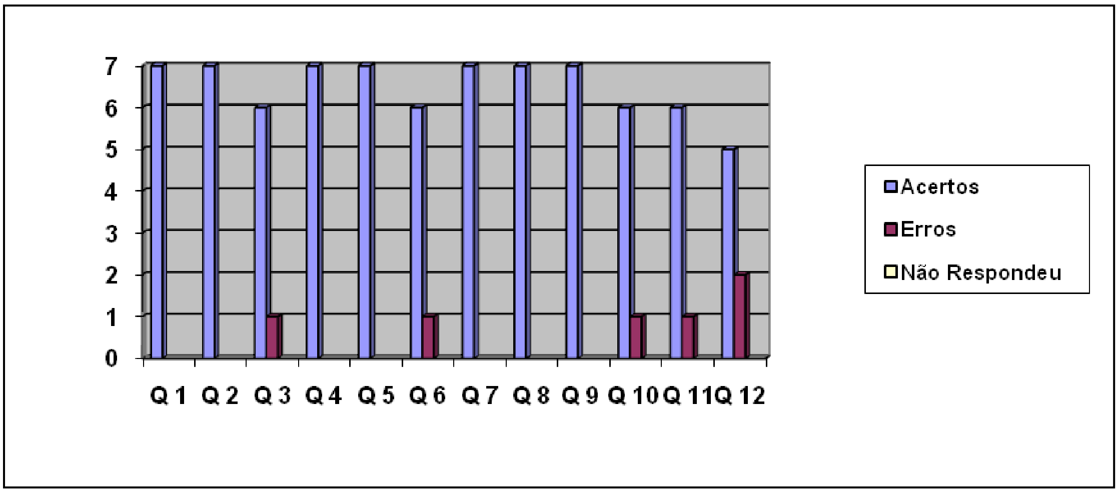


Gráfico 3: Tipos de respostas atribuídas no pós-teste

Comparando o Gráfico 2 e 3, percebe-se que ocorreu um avanço significativo em relação ao desempenho dos alunos nos testes. Embora essa pesquisa tenha sido aplicada no momento em que eles já haviam estudado na sua classe regular os mesmos conceitos de FQ abordados na experimentação, verifica-se, pelo nível de respostas acertadas no pré-teste, que eles ainda não tinham a compreensão esperada. As questões mais acertadas no pré-teste, referiam-se aos conceitos gerais de FQ, evidentes, que não exigiam uma análise conceitual mais apurada, como Denominação da curva parábola, Reconhecimento de uma FQ, Sentido da parábola: Concavidade voltada para cima ou para baixo e Relacionar o sinal do coeficiente “a” com o sentido da parábola.

Pelas respostas no pós-teste, os alunos demonstraram continuar entendendo os conceitos mencionados no parágrafo anterior e evidenciaram adquirir outros conhecimentos sobre FQ, que dependiam de um estudo mais profundo como Representar uma FQ na forma $y=ax^2+bx+c$ a partir de um exemplo, Reconhecer os coeficientes de uma FQ, Reconhecer o gráfico de uma FQ a partir de um exemplo, Identificar no gráfico o eixo de simetria, os zeros e o vértice da parábola, Reconhecer o conjunto imagem de uma FQ e Reconhecer o conjunto domínio de uma FQ. Também as questões relacionadas a particularidades da FQ, como as questões Q 11: Relacionar a influência do coeficiente “a” na abertura da parábola da FQ do tipo $y= ax^2$ e a Q12: Relacionar a influência do coeficiente “c” na abertura da parábola da FQ do tipo $y= ax^2+c$, obtiveram um índice de acertos. Isso pode indicar que atividades que propõem uma experimentação com os gráficos de funções do tipo $y= ax^2$ e $y= ax^2+c$, como a realizada nessa pesquisa, possibilitam uma melhor interpretação da influencia dos coeficientes “a” e “c” de uma FQ na representação gráfica da mesma.

Aplicação do Grupo Focal

No 10^0 Encontro, após os alunos responderem ao pós-teste, foi aplicada a técnica do Grupo Focal a cinco sujeitos em um dia e posteriormente, aos outros dois sujeitos. O grupo foi organizado na sala de aula em círculo. A pesquisadora utilizou um gravador para registrar o áudio das conversas. Pelos discursos apresentados pelos alunos, estabelecem-se três categorias para análise de dados: Relatos de aprendizagens, contribuições do Software Modellus e o valor de representação gráfica da FQ.

GRUPO FOCAL COM OS 5 SUJEITOS:

- **Relatos de aprendizagens**

A pesquisadora quando pergunta ao grupo de cinco sujeitos "*O que significou para vocês esse estudo?*" o Aluno Gráfico é o primeiro a se manifestar, listando os conceitos que mais aprendeu: "*Foi muito bom. Eu aprendi muita coisa, como, por exemplo, como representar um gráfico, as coordenadas do vértice, os pontos. No software, eu pude ver como é feito o gráfico. Aprendi mais a parte do gráfico".* A Aluna Bháskara inicia a sua fala lembrando das suas dificuldades e sinaliza um conhecimento novo que adquiriu: "*Eu achei legal porque eu estava com dificuldade também na sala de aula. Com o software eu pude aprender mais o que é função. Com as simulações deu para aprender mais como funciona o gráfico. O eixo de simetria eu não sabia".* Após esse discurso, a pesquisadora procurou saber da opinião da Aluna Parábola. Ela disse: "*Quando comecei a fazer o curso, no primeiro encontro da bola de basquete, aí entendi o que era parábola. Que a FQ estava sendo representada pela parábola".* Ressalta-se que os sujeitos tinham visto esta simulação há quase três meses, porém serviu de referencial para a Aluna estabelecer relações entre parte algébrica (expressão de FQ) e parte geométrica (parábola).

Contribuições do Software Modellus

Prosseguindo com o grupo focal de cinco sujeitos, a pesquisadora lança a seguinte pergunta ao grupo: "*Por que o software ajudou a vocês aprenderem mais sobre FQ?*". A Aluna Bháskara diz: "*Na minha opinião, foi a simulação. Foi fundamental.*" Os alunos ficaram pensativos nesse momento por uns 3 minutos. A mediadora intervém: "*Mas por que a simulação fez vocês aprenderem mais?*". A Aluna Bháskara comenta: "*É porque na simulação tem tudo explicadinho, tudo bonitinho. É como se fosse uma explicação de uma coisa que estava na nossa imaginação. Tipo, a gente sabia que era uma curva, mas quando você vê no software a simulação, você entende porque é uma curva*". A mediadora prosseguiu na discussão: *No livro, os gráficos, as figuras são bem arrumadinhas...* A Aluna Delta sinaliza: *Mas é diferente. No software você consegue atribuir valores. Vê como é presente na vida real. No livro você só vê na sala de aula.* Nessas duas últimas falas, percebe-se que o software possibilita tornar concreto conceitos abstratos como o delineamento da curva parábola e que favorece ilustrar a presença do conceito em situações da realidade.

- **O valor de representação gráfica da FQ**

Os sujeitos analisados no decorrer da experimentação sinalizaram nos seus depoimentos que desejavam aprender a construir o gráfico de uma FQ. Por isso a mediadora quis saber: *Vocês atribuem muito valor ao gráfico. Por quê?* A Aluna Delta logo se posicionou: *Eu aprendi a fazer o gráfico que eu não sabia.* A Aluna Parábola ponderou: *Quando a gente não sabe nada, passa para o gráfico, começa a entender.* O Aluno Coeficiente justificou com mais detalhes: *É importante saber como é feito o gráfico. Olhar a conta como é feita. O gráfico é como se tivesse dando vida à conta, ao eixo de simetria, à imagem, ao domínio...* O Aluno Gráfico considerou que a representação gráfica de FQ pode ser uma premissa ao estudo de FQ: *O gráfico deve iniciar o estudo da função quadrática e depois deveria vir os outros assuntos. Porque no gráfico dá para interpretar os* *outros assuntos. Eu acho também, que deveria ensinar um vocabulário da FQ. O que é o eixo de simetria, o que é uma coordenada, o que é um vértice. Porque na hora da interpretação da questão, a gente confunde a forma original com exemplo.* Entende-se dessas falas que os alunos valorizaram muito a aprendizagem do gráfico porque foi a partir dessa compreensão, que começaram a construir significados aos outros conceitos de FQ. Além disso, foi um conhecimento novo que eles adquiriram.

GRUPO FOCAL COM O GRUPO DE 2 SUJEITOS:

- **Relatos de aprendizagens**

Em outro momento, no grupo focal formado pelo Aluno FQ e pelo Aluno Eixo, aconteceu mais um relato de aprendizagem através da experimentação com o OA. A pesquisadora pergunta ao grupo de dois sujeitos "*O que significou para vocês esse estudo?"* O Aluno FQ se remete ao pré-teste e ao pós-teste para exemplificar que aconteceu um avanço na sua aprendizagem: "*Eu gostei muito. Eu percebi a diferença quando fiz o segundo exercício. Quando eu fiz o primeiro, eu não consegui responder, agora eu fiz tudo".* Esse exercício que ele se refere trata-se dos testes aplicados.

- **Contribuições do Software Modellus**

Em relação ao software, a autora questiona: "*Por que o software ajudou a vocês aprenderem mais sobre FQ?"* Aluno FQ: *Nas aulas do laboratório pode aprender a construir gráfico mais simples, coisa que não tinha conseguido na sala de aula. No software é mais organizado não tinha erro de valores.* A pesquisadora insistiu nesse assunto indagando: *Se eu desenvolvesse uma atividade impressa, com todos os dados fornecidos pelas interfaces do Modellus, o gráfico, as tabelas, as simulações... seria a mesma coisa?* Aluno Eixo: *Talvez não. No software você vê ao vivo o que está acontecendo. Um exemplo é a bola de basquete.* Continua-se a discussão com a indagação da pesquisadora: *E se fosse um vídeo?* O Aluno FQ responde: *No software você vê cada detalhe do que está acontecendo e no vídeo* *você só veria a parábola, os conceitos, os tipos.* A pesquisadora insiste: *Qual seria a outra diferença entre assistir no vídeo e estudar no computador?* O Aluno Eixo se pronuncia: *No software a gente poderia denominar os tipos e na TV os tipos estavam lá. Na TV você teria que vê os vários vídeos para achar os tipos. E no software não. Você pode atribuir os casos e tudo envolve a mesma função.* Nessa discussão sobressai nas falas dos alunos o aspecto dinâmico do software que possibilitou, a partir de um modelo matemático de FQ, estudar os seus vários tipos ($Y=ax^2+bx+c$, $Y=ax^2$ e $Y=ax^2+c$.) e representações (algébrica, geométrica).

- **O valor da representação gráfica da FQ**

A mediadora questiona o grupo: *Se vocês tivessem a oportunidade de falar com o professor de Matemática, o que vocês sugeririam como ponto de partida para o estudo de FQ?* O Aluno Eixo: *Eu acho que poderia começar explicando o conceito de FQ.* O Aluno FQ pondera: *Eu sugiro começar pelo gráfico e depois dar os outros conceitos. E pedia que analisasse o gráfico para sentir a diferença em ver o gráfico na primeira vez e ver o gráfico na segunda vez.* A pesquisadora indaga: Por que você acha que será diferente? O Aluno FQ explica: *É que a senhora, no início, deu o papel e agora no final deu o papel de novo e a gente pode perceber que realmente a gente aprendeu porque agora respondi tudo certo.* O Aluno sugere que se faça um estudo de FQ avaliando os momentos inicial e final do estudo como aconteceu na experimentação. O papel que ele menciona refere-se aos testes.

Os discursos desses alunos são divergentes em relação ao gráfico, porém tem um aspecto que emerge dessa situação. A autora optou pelo grupo focal por perceber que o grupo de sujeitos é composto por jovens questionadores e que defendem seus pontos de vista independentemente da opinião dos outros. Também, durante os encontros, procurou-se construir uma relação de confiança entre investigados e pesquisadora através da valorização das falas, perguntas e diálogos dos sujeitos.

O que foi revelado no grupo focal pelos alunos ratifica os depoimentos deles nas atividades no decorrer do estudo. O papel da tecnologia como um recurso auxiliar à aprendizagem se sobressai nesses discursos, que se destaca com uma função específica na educação:

> A questão essencial não residirá pois nos atributos que fazem de uma determinada tecnologia uma nova tecnologia, mas a de nos interrogarmos sobre quais as mais- valias que ela traz para o processo de aprendizagem. Dito de outra forma, como poderão os professores ensinar melhor e os alunos aprender de modo mais eficiente (COSTA, 2004, p. 2).

O OA utilizado na experimentação além de constituir um instrumento valioso para o ensino de FQ a esses alunos investigados intensificou as contribuições do uso de tecnologias como o computador na escola.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa pesquisa procurou responder a seguinte questão:

Como um Objeto de Aprendizagem pode contribuir para que alunos do Ensino Médio construam significados à sua aprendizagem no que se refere aos conceitos de Função Quadrática?

Um diagnóstico preliminar para identificar os conhecimentos prévios dos alunos, possíveis subsunçores, foi essencial para começar a investigação com os sujeitos da pesquisa. Nesse, percebeu-se que conceitos mais gerais de FQ, que não exigiam um estudo mais profundo, eram os que eles mais conheciam. Partindo desse diagnóstico, promoveu-se uma experimentação no software com as simulações e modelos de FQ, que conforme o relato dos alunos nos três primeiros encontros, estava ajudando-os a compreender “colocação e identificação de pontos no plano cartesiano”. Então, concluiu-se que é pertinente um estudo sobre plano cartesiano enfatizando as coordenadas de um ponto e depois confirmar se os alunos conseguem construir o gráfico através de atividades sem o software. Após essa confirmação, pôde-se explorar conceitos que eles nunca tinham estudado e revisar os conceitos que eles já conheciam. A seguir tem-se uma esquematização que pode representar um modelo dessa experiência.

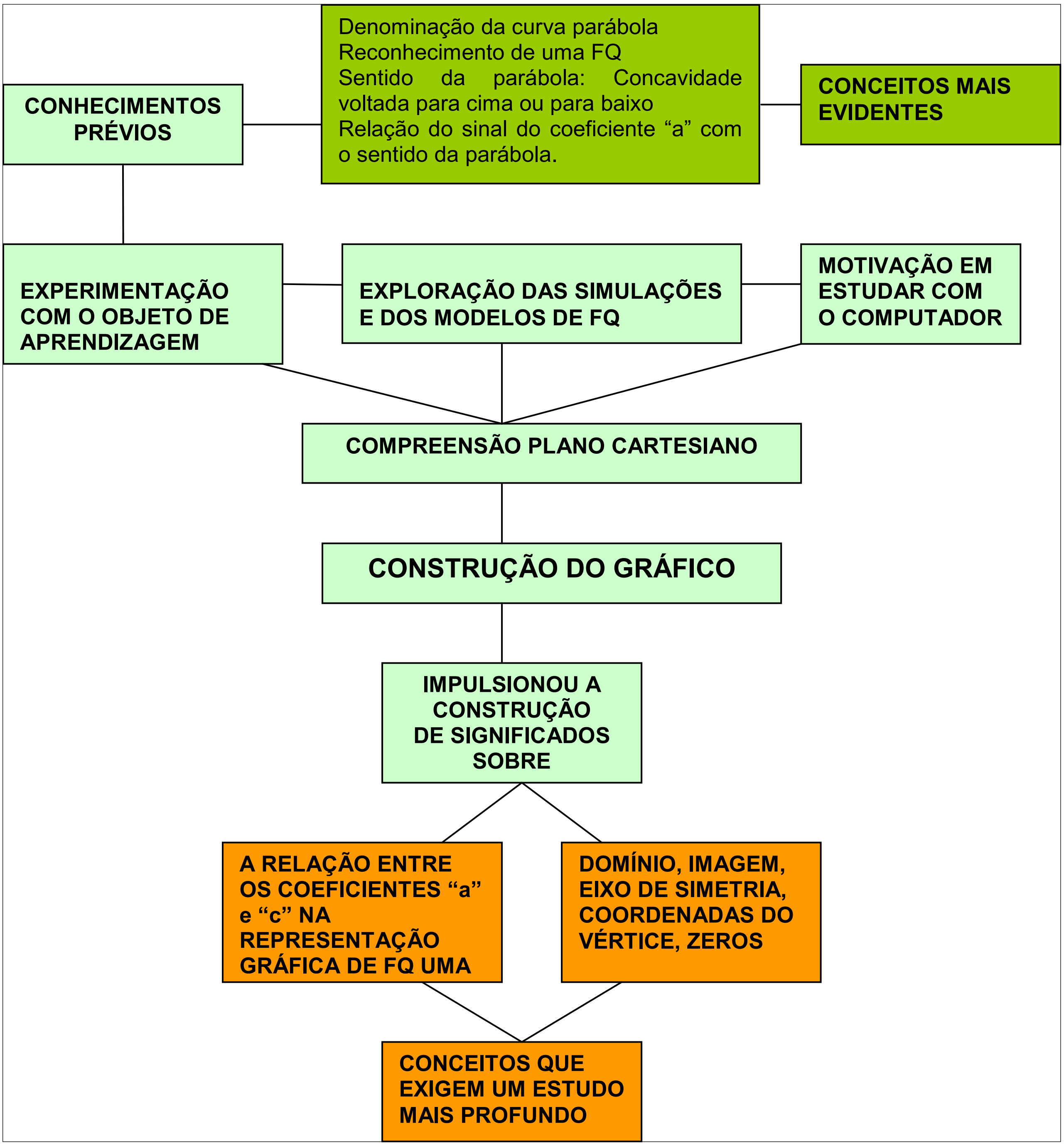


Diagrama 5: Modelo de experiência

A representação das diversas formas do mesmo objeto matemático, a FQ, como a gráfica e a algébrica foi fundamental para que o grupo de sujeitos investigado compreendessem o significado da curva parábola e consequentemente os outros conceitos referentes a essa função. Principalmente a representação gráfica de forma dinâmica, como a apresentada no OA, constituiu um instrumento de grande potencial para iniciar o estudo de FQ. Entretanto, os alunos manifestaram dificuldades em representar o gráfico conforme as respostas apresentadas no pré-teste, porque eles não tinham conhecimentos prévios, como uma compreensão de ordenação de números em uma reta numérica e consequentemente não conseguiam localizar pontos em um plano cartesiano.

A visualização da construção da parábola no software destacando seus pontos foi considerada pelos alunos como um aspecto essencial para entender significado de uma curva, como ela surge a partir de uma FQ.

É importante no estudo de FQ diferenciar forma geral de uma FQ, de exemplos da mesma. Os professores precisam tratar com cuidado e atenção da formalização dos conceitos, para que os alunos possam identificar uma FQ, independentemente dos coeficientes que estão sendo apresentados. Favorecer uma experimentação com os conceitos de FQ não exime o papel da formalização.

A sugestão de um dos alunos em trabalhar um vocabulário matemático dos conceitos da FQ, remete à perspectiva em mergulhar nos significados dos conceitos da FQ, como vértice, coordenadas, eixo de simetria. O aluno só despertou para isso porque teve a oportunidade de estudar nessa perspectiva.

Nos depoimentos dos alunos, percebe-se o entusiasmo deles em estudar através de uma tecnologia. Os documentos oficiais do MEC, como os PCNEM e as OCEM já sinalizam que o uso de uma tecnologia no ensino da Matemática contribui para uma motivação na aprendizagem. Também a freqüência dos alunos nos encontros, que aconteciam após uma manhã de estudos em suas classes regulares (de 11:50 min às 13:20 min), indica que esse trabalho foi interessante para eles.

A utilização de OA possibilitou um estudo da FQ mais significativo para o grupo de sujeitos analisado. Tanto do olhar do sujeito como da pesquisadora, é possível destacar que aconteceu um reconhecimento da presença de representação de parábolas em situações da realidade. Houve, também, uma construção de significados de conceitos como domínio, imagem, zeros da função, eixo de simetria, coordenadas do vértice após o entendimento do gráfico. Além disso, os alunos fizeram associações que levaram a novas descobertas, como a coordenada do vértice x representa o eixo de simetria.

A utilização do software para checar os resultados das atividades e a realização de um encontro na sala de aula dos alunos, sem usar o computador, acentuou o papel das tecnologias nesse experimento, como agente mediador dos conceitos de FQ. Seu uso não está limitado à manipulação de máquinas. Na faixa etária em que se encontram os sujeitos investigados, é importante definir o papel da tecnologia, pois eles gostam muito de utilizá-la. Não foi o software isoladamente que auxiliou no estudo e sim o Objeto de Aprendizagem.

O posicionamento do professor perante as dificuldades dos alunos merece atenção. Pretendia-se abordar mais conceitos nesse estudo, porém verificou-se a necessidade de destinar mais tempo ao estudo da representação gráfica, visando respeitar o tempo de aquisição dos alunos. É necessário que o docente seja sensível ao ritmo de aprendizagem da turma e que saiba adequar, se possível, os outros conceitos do currículo. Um exemplo disso nessa experimentação foi destinar mais tempo ao estudo do gráfico e depois, a partir deste, abordar os outros conceitos.

Focalizar um conceito em cada encontro também ajudou na compreensão de alguns conceitos. Em um encontro pretendia-se estudar zeros da FQ e eixo de simetria, os alunos se interessaram mais pelo segundo conceito. No encontro seguinte a esse, seriam abordados coordenadas do vértice e zeros da FQ, os alunos se concentraram mais no segundo assunto. Trabalhar um conceito de cada vez pode ser um caminho para estudar significativamente FQ.

O grupo investigado estudou FQ evidenciando a sua forma peculiar de conceber significados a essa função. Trata-se de um processo de atribuição de significados a partir de um tipo de estudo de FQ mediado por um OA, deliberado pelo próprio grupo. Esse tipo de estudo pode ser assim representado:

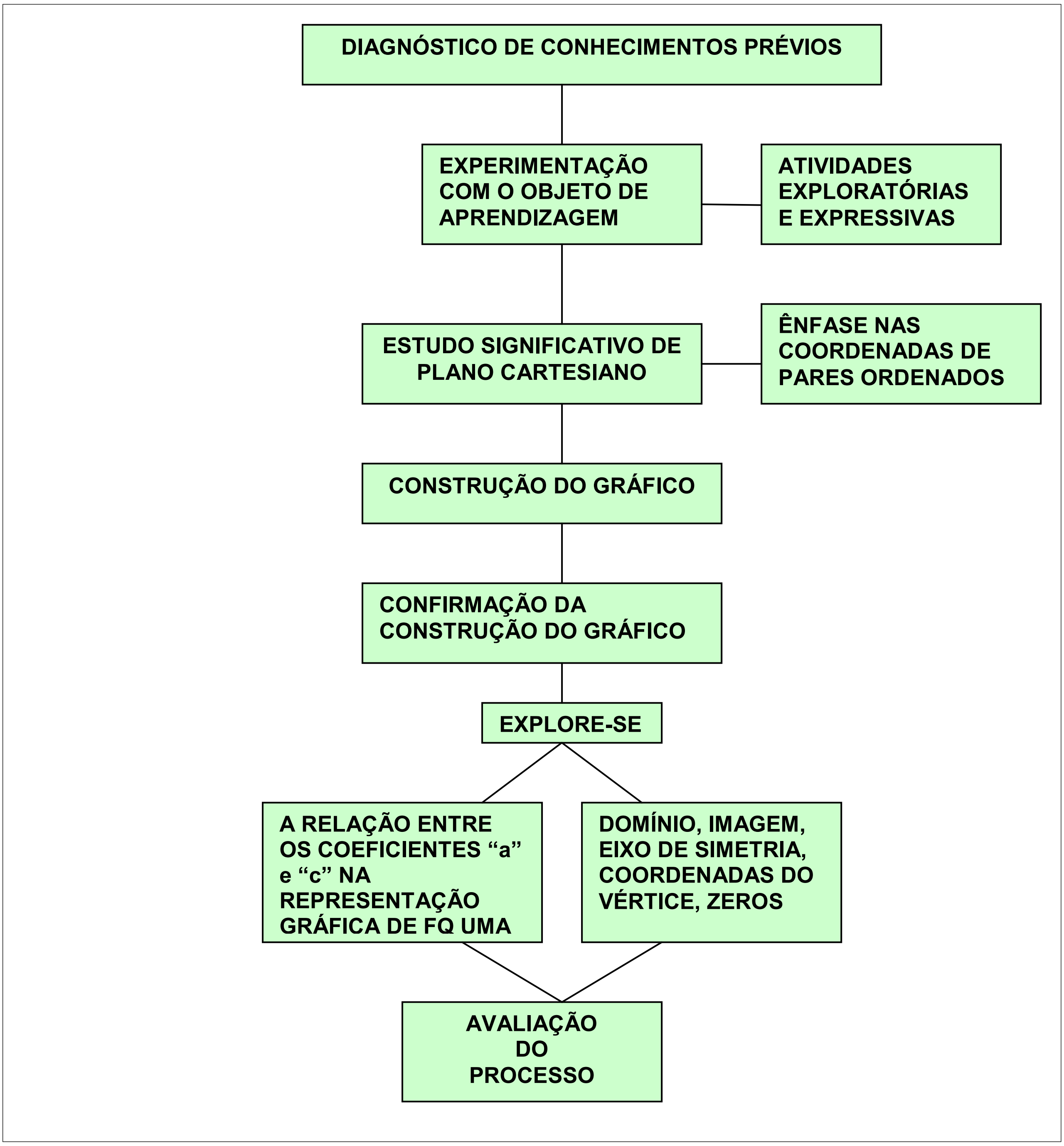


Diagrama 6: Modelo deliberado pelo grupo pesquisado de estudo de uma FQ.

Apesar das contribuições citadas acima, esse trabalho está longe de esgotar o estudo do impacto de um OA na aprendizagem significativa de FQ de alunos do ensino médio. Será que os alunos, após compreenderem a construção gráfica de uma FQ, conseguem expandir esse conhecimento para outras funções que admitem curvas na sua representação gráfica, estudadas no ensino médio, como a função exponencial e as funções trigonométricas? A concepção dos professores do ensino médio sobre o ensino de FQ é um tema que também merece ser investigado.

Encontram-se disponíveis gratuitamente vários softwares matemáticos e o outras tecnologias que podem ser utilizadas no desenvolvimento de um OA, como também existem escolas públicas equipadas com laboratórios de informática. Então, uma pesquisa interessante para o ensino de Matemática é Como os OA podem contribuir para o ensino de Matemática?

Seria oportuna também uma investigação sobre o desempenho dos alunos na utilização da modelagem computacional de fenômenos físicos, que necessitem de FQ para relacionar variáveis, como temperatura e tempo.

REFERÊNCIAS

ABAR, C. A. A. P. O Uso De Objetos De Aprendizagem No Ambiente Teleduc Como Apoio ao Ensino Presencial No Contexto Da Matemática. In: **Anais do 11⁰ Congresso Internacional de Educação a Distância**, 2004. Disponível em: http://www.abed.org.br/congresso2004/por/htm/056-TC-B2.htm. Acesso em: 13 de ago. de 2007.

ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. O **Método nas Ciências Naturais e Sociais: Pesquisa Quantitativa e Qualitativa.** São Paulo: Pioneira, 1988.

ALVES L. & NOVA, C. (2003) **Educação à Distância: Limites e possibilidades**. Disponível em: Acesso em: 03 de jun. de 2007.

ARAUJO, I. S. **Um estudo sobre o desempenho de alunos de Física usuários da ferramenta computacional *Modellus* na interpretação de gráficos da cinemática.** Porto Alegre, 2002. 111 f. Dissertação (Mestrado) - Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

ASSIS, L. S. **Concepções De Professores De Matemática Quanto À Utilização De Objetos De Aprendizagem: Um Estudo De Caso Do Projeto Rived-Brasil.** São Paulo, 2005, 141 f. Dissertação (Mestrado) – PUC, São Paulo. Disponível em: http://www.sapientia.pucsp.br//tde_busca/arquivo.php?codArquivo=4506. Acesso em 30 de jul. de 2007.

AUSUBEL, David P.; NOVAK, J. D.; HANASIAN, H. **Psicologia educacional**. Rio de Janeiro: Editora Interamericana, 1980.

AUSUBEL, David P. **Aquisição e Retenção de Conhecimentos: Uma Perspectiva Cognitiva.** Tradução: Lígia Teopisto. Lisboa: Paralelo Editora, 2003.

BETTIO, R. W. & MARTINS, A.(2002). **Objetos de Aprendizado: Um novo modelo direcionado ao Ensino a Distância.** Disponível em: http://www.universiabrasil.net/materia/materia.jsp?id=5938. Acesso em :15 de ago. de 2007.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **Modelagem Matemática no Ensino.** 3 edição. São Paulo: Contexto, 2003.

BORBA, Marcelo de C.; PENTEADO, Miriam G. **Informática e Educação Matemática**, 3ª ed.Belo Horizonte: Autêntica, 2005, 100p.

BORBA, Marcelo de C. (org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004, 120p.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCNEM: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais.**

Ciências da Natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC; SEMTEC, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio. Matemática**. Brasília: 2006. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf. Acesso em 15 Ago 2007.

BRITO, M. R. F. de. **Psicologia da Educação Matemática**. Teoria e Prática**.** Florianópolis: Insular, 2001.

COSTA, F. (2001). **O que Justifica o Fraco Uso dos Computadores na Escola?** Faculdade de Psicologia e Ciências da Educação da Universidade de Lisboa. Lisboa: Edições Colibri, n.º 7, 2004, pp. 19-32. Disponível em: http://www.fl.ul.pt/unil/pol7/pol7_txt2.pdf. Acesso em: 10 mai 2006.

FERRACIOLI, Laércio; VICTOR, Rodolfo. **A Utilização da Modelagem Computacional no Laboratório de Física Básica.** Disponível em: http://www.sbf1.sbfisica.org.br/eventos/epef/viii/PDFs/PA1_10r.pdf . Acesso em 25 mai 2008.

______;MULINARI, Mara Hombre. (2006) **Modelagem Computacional no Ensino de Biologia: Uma Proposta para o Estudo do Crescimento Celular.** Disponível em:http://www.upis.br/dinamicadenegocios/arquivos/19%20Mulinari_Ferraciol_CELULAR_SBDS.pdfAcesso em 28 de ago 2009.

______; CAMILETTI, Giuseppi. (2001) **A Utilização da Modelagem Computacional no Aprendizado Exploratório de Física**. Disponível em: http://www.fsc.ufsc.br/cbef/port/18-2/artpdf/a5.pdf Acesso em 28 de ago 2009.

FILHO, C. S. S. e MACHADO, E. de C. (2003). **O computador como agente transformador da educação e o papel do objeto de aprendizagem.** Disponível em:http://www.universiabrasil.net/materia/imprimir.jsp?id=5939. Acesso em 19/08/07.

GATTI, Bernadete Angelina. **Grupo Focal na Pesquisa em Ciências Sociais e Humanas**. Brasília: Líber Livro Editora, 2005.

GIBBONS, Andrew S.; NELSON, Jon; RICHARDS, Robert (2000). **The Nature and Origin of Instrucional Objects**. Disponível em: www.reusability.org/read/chapters/gibbons.doc . Acesso em: 12 ago 2007.

GOLDENBERG, Mirian. **A Arte de Pesquisar: Como Fazer Pesquisa Qualitativa em Ciências Sociais**. 7ª edição. Rio de Janeiro: Record, 2003.

GONDIM, Sônia Maria Guedes. Grupos Focais como Técnica de Investigação Qualitativa: Desafios Metodológicos. **Revista Paidéia,** USP, v. 12, dez. 2002.

GUNTHER, Hartmut. Pesquisa Qualitativa versus Pesquisa Quantitativa: Esta é a Questão. Psicologia: Teoria e Prática. **SCIELO**, mai-ago, vol. 22, n 2, pp. 201-210. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/ptp/v22n2/a10v22n2.pdf. Acesso em: 12 mai 2008.

HANDA, J. K. ; SILVA, J. B. G. (2003). Objetos de Aprendizagem (Learning Objects). **Boletim EAD**, Unicamp, Centro de Computação. Disponível em: http://www.ccuec.unicamp.br/ead/index_html?foco2=Publicacoes/78095/846812&focomenu=Publicacoes# . Acesso em 12 ago. 2007.

JACOBSEN, Peter. **History and Definition of RLOs.** (2002). Disponível em : http://www.mcli.dist.maricopa.edu/ocotillo/retreat02/docs/rios.pdf . Acesso em 09 de ago. De 2007.

JUCÁ, S. (2006). A Relevância dos Softwares educativos na educação profissional**.** **Revista Ciência & Cognição**; Ano 03, Vol 08. Disponível em www.cienciasecognicao.org.

LUDKE, Menga e ANDRE, Marli E. D. A. **Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

LURIA, Alexander Romanovich. **Desenvolvimento Cognitivo: Seus Fundamentos Culturais e Sociais**. 5ª edição. São Paulo: Ícone, 2008

MAIA, Diana. **Função Quadrática: Um estudo Didático de uma Abordagem Computacional**. Dissertação de Mestrado, USP – SP, 2007. Disponível em: http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao_diana_maia.pdf. Acesso em set. 2007.

MATOS, J. **Modelação Matemática: O Papel das Tecnologias de Informação**. In: APM, Revista Educação Matemática, nº. 6, 1995.

MODELLUS SOFTWARE, versão 2.5. Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Portugal. Disponível em: http://phoenix.sce.fet.unl.pt/modellus. Acesso em: 12 jan 2006.

MOREIRA, M. A. **Teorias da Aprendizagem**. São Paulo: EDU, 1999.

MOREIRA, M. A.; MASINI, E. S. **Aprendizagem Significativa: A Teoria de David Ausubel, 2**. São Paulo: Editora Centauro, 2001, 109 p.

NASCIMENTO, Anna Cristina de A. Princípios de Design na Elaboração de Material Multimídia para Web. In: **Projeto RIVED – Ministério da Educação e Cultura**. Brasília, 2005. Disponível em: http://www.rived.mec.gov.br/artigos/multimidia.pdf. Acesso em 25 de ago. De 2007.

NOVAK, J. D. **Uma Teoria de Educação.** Tradução: Marco Antonio Moreira. São Paulo: Livraria Pioneira Editora, 1981.

NETO, Hermínio Borges; VASCONCELOS, Francisco Herbert L.; SANTANA, José Rogério (2004). **Uma Experiência da Utilização da Modelagem Matemática Computacional Aplicada ao Ensino de Física.** Disponível em: http://tele.multimeios.ufc.br/~semm/conteudo/leitura/ef/artigo13.pdf Acesso em 28 ago 2009.

NÓVOA, Antonio. O Professor pesquisador e reflexivo. **Entrevista concedida a TVE em 13 de set. 2001**. Disponível em: http://www.tvebrasil.com.br/salto/entrevistas/antonio_novoa.htm. Acesso em: 07 nov. 2006.

PERRENOUD, Philippe. Formar professores em contextos sociais em mudança: Prática reflexiva e participação crítica. **Revista Brasileira de Educação**, set-dez 1999, nº. 12, pp. 5-21. Disponível em: http://www.unige.ch/fapse/SSE/teachers/perrenoud/php_main/php_1999/1999_34.html. Acesso em 13 de dez. 2006.

PRAIA, João Félix. **Aprendizagem significativa em David Ausubel: contributos para uma adequada visão de sua teoria e incidência no ensino**. In: ENCONTRO INTERNACIONAL SOBRE APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA, 3, Peniche. Anais. 2000, p. 140-168.

SAMPAIO, Fabio Ferrentini. Modelagem Dinâmica Computacional e o Processo de Ensino-Aprendizagem: algumas questões para reflexão. **REMEA – Revista eletrônica Mestrado Educação Ambiental**. FURG – Rio Grande do Sul, 1999. Disponível em: http://www.remea.furg.br/mea/remea/anais3/artigo2.htm. Acesso em: 12 ago 2007.

______;PEREIRA, André Suppa Thomaz. **AVITAE: Desenvolvimento de um Ambiente de Modelagem Computacional para o ensino de Biologia**. Disponível em: http://www.cienciasecognicao.org/pdf/v13_2/m318272.pdf Acesso em 28 de ago 2009.

SANTOS, Gustavo H.; ALVES, Lynn; MORET, Marcelo A. **Modellus: Animações Interativas mediando a Aprendizagem Significativa dos Conceitos de Física no Ensino Médio.** Disponível em: http://www.ensino.eb.br/docs_pdf/artigo_animacoes_fisica.pdf. Acesso em: 12 abr. 2006.

SANTOS, Gustavo H. **Animações Interativas no Software Modellus: Um Estudo sobre a Atitude e Perspectiva de Alunos de Física do Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado), FVV – Fundação Visconde de Cairu, Salvador – BA, 2007.

SINGH. H. **Introduction to Learning Objects** (2001). Disponível em: http://www.elearningforum.com/meetings/2001/july/Singh.pdf. Acesso em: 08 de ago. de 2007.

TAROUCO, L.; GRANADO, A.; KONRATH, M. L. P. (2003). **Alfabetização visual para a produção de objetos educacionais**. Disponível em: http://www.cinted.ufrgs.br/renote/set2003/artigos/artigo_anita.pdf. Acesso em: 01 de set. de 2007.

TAVARES, Romero. Animações interativas e mapas conceituais. **In: SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE FÍSICA**, 16. Rio de Janeiro: 2000.

TAVARES, Romero; RODRIGUES, Gil L. Modelagem Computacional: Uma Aproximação entre Artefatos Cognitivos e Experimentos Virtuais em Física. João Pessoa – PB, **Revista Principia**, n 12, abril 2005. Disponível em: http://www.fisica.ufpb.br/~romero/objetosaprendizagem/Rived2008/Artigos/2005-RevistaPrincipia.pdf. Acesso em: 15 set 2007.

TEODORO, Vitor Duarte. **Modellus**: **uma ferramenta computacional para criar e explorar modelos computacionais.** Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, 1997. Disponível em: www.ese.ips.pt/nonio/caderno/publicacoes/matnet/modellus/. Acesso em: 25 de abr. de 2006.

THE MASIE CENTER. **Learning and Technology e-lab & think-Tank.** ***Making Sense of Learning Specification & Standards: a Decision Maker's Guide to their Adoption***. 2ª. edição. 2003. Disponível em: http://www.masie.com. Acesso em: 30/07/2007.

VALENTE, J. A. Análise dos Diferentes tipos de Softwares Usados na Educação. O Computador na Sociedade do Conhecimento. **MEC - Secretaria de Ensino à Distância.** Brasília, 2002.

______. O Uso Inteligente do Computador na Educação. **NIED – UNICAMP**. São Paulo, Disponível em: http://www.proinfo.mec.gov.br/upload/biblioteca/215.pdf. Acesso em jul. 2007.

VEIT, E. A.; TEODORO, V. D. Modelagem no Ensino/Aprendizagem de Física e os Novos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. **Revista Brasileira de Ensino de Física** 24, p. 87-90, 2002.

WILEY, D. A. **Learning object design and sequencing theory** (2000). Brigham Young University. Disponível em: http://davidwiley.com/papers/dissertation/dissertation.pdf. Acesso em 10/08/2007.

WILEY, D. A. **Conecting learning objects to instructional theory: A definition, a methaphor and a taxonomy** (2001). Disponível em: http://www.reusability.org/read/chapters/wiley.doc. Acesso em: 20/08/2007.

YIN, Robert K. **Estudo de Caso: Planejamento e Métodos**. 3ª edição. Porto Alegre: Bookman, 2005.

ZEICHNER, K. M. Formando Professores Reflexivos para a Educação centrada no Aluno: Possibilidades e Contradições. In: BARBOSA, Raquel Lazzari Leite (Org.), **Formação de Educadores: Desafios e Perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 2003, p. 35 -55.

APÊNDICES

APÊNDICE A - Depoimento dos alunos sobre o 2^0 encontro

Quadro 1: Depoimento da Aluna Parábola sobre o 2^0 encontro

- Aqui nós podemos ver o real movimento, na animação.
Podemos ter uma idéia do tamanho da parábola

Quadro 2: Depoimento da Aluna Delta sobre o 2^0 encontro.

- Há muita diferença, pois no computador dá para visualizar a função de uma forma que ( ) nós podemos saber para que serve e em que situação ela é utilizada.

É bem melhor do que fazer à mão, pois fica mais claro, tanto o calculo quanto a função.

Quadro 3: Depoimento da Aluna Bháskara sobre o 2^0 encontro

Me ajudou a identificar os pontos na reta, onde usamos função Quadratica. No proximo encontro gostaria de aprender mais como funciona o software.

Quadro 4 : Depoimento do Aluno Coeficiente sobre o 2^0 encontro

Ela ajudou no que diz respeito elaboração de gráficos e resoluções na matéria.

Quadro 5 : Depoimento do Aluno Gráfico sobre o 2^0 encontro

Tive algumas dificuldades com relação a interpretação das questões, porém o software ajudou a conhecer melhor a função quadrática

Quadro 6 : Depoimento do Aluno Eixo sobre o 2^0 encontro

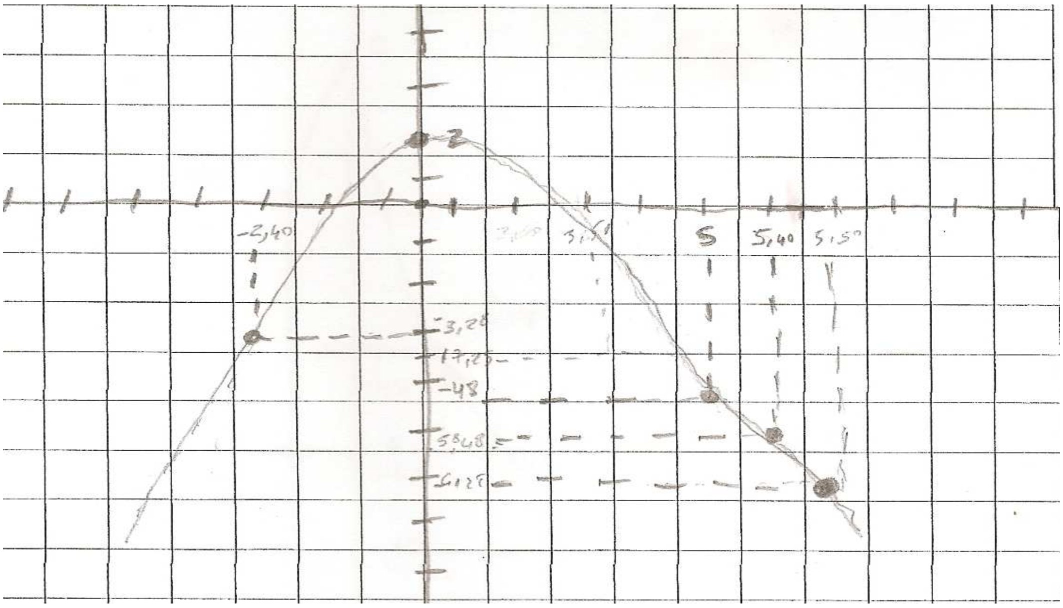
Aprendi mais sobre o assunto! um exemplo foi ligar os pontos e achar o seus encontro de interseção.

Quadro 7 : Depoimento da Aluna Delta sobre o 2^0 encontro

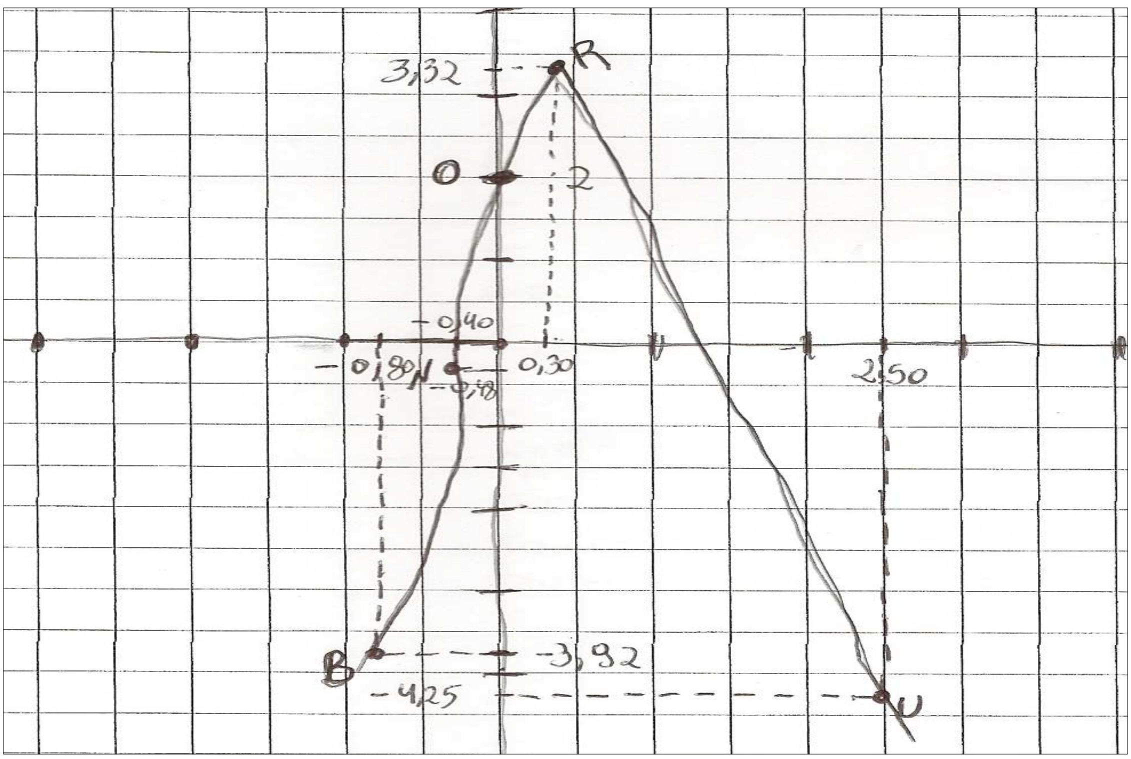
aprendi muito mais sobre gráficos e a colocação de pontos (no gráfico)

APÊNDICE B – CONSTRUÇÕES E DEPOIMENTO DA ALUNA DELTA SOBRE O 2^0 ENCONTRO

Quadro 8 : Esboço do gráfico do Aluno Coeficiente



Quadro 9 : Construção do gráfico do Aluno Gráfico



Quadro 10 : Depoimento da Aluno Gráfico sobre o 3^0 encontro

6) Quais as contribuições deste encontro para sua aprendizagem de FQ? Por que?

O encontro foi maravilhoso, pois estou aprendendo a achar
funções com o computador. Eu não sabia que (~~era~~) é tão legal jun-
tar a informática com a matemática

Quadro 11: Depoimento da Aluna Delta sobre o 3^0 encontro.

6) Quais as contribuições deste encontro para sua aprendizagem de FQ? Por que?

Tirei algumas dúvidas que não consigo tirar
em sala de aula.
Quero aprender mais ainda sobre gráficos, tenho
uma certa dificuldade com os pontos.
Aqui consigo entender melhor o estudo da
função - do que em sala de aula.

Quadro 12 : Continuação do depoimento da Aluna Delta sobre o 3^0 encontro

Pois aqui tenho uma visualização melhor
do gráfico.
De seus pontos e da parábola.
E entendo melhor a função e seus valores.

Quadro 13: Depoimento da Aluna Parábola sobre o 3^0 encontro.

6) Quais as contribuições deste encontro para sua aprendizagem de FQ? Por que?

Foi muito bom, pois eu consegui marcar ponto no gráfico, coisa que eu tinha muita dificuldade.

APÊNDICE C - Depoimento do Aluno Coeficiente sobre o 4^0 encontro

Quadro 14: Depoimento do Aluno Coeficiente sobre o 4^0 encontro.

8) As vontagens são: tirem suas dúvidas ~~[illegible]~~
em relação aos valores de x e y, o tipo da função, se é
negativa ou positiva.

Quadro 15: Depoimento do Aluno Delta sobre o 4^0 encontro.

Vantagens → estimula a criatividade, tenho
melhor visualização dos pontos e da
parabóla.

Desvantagens → não percebi ainda.

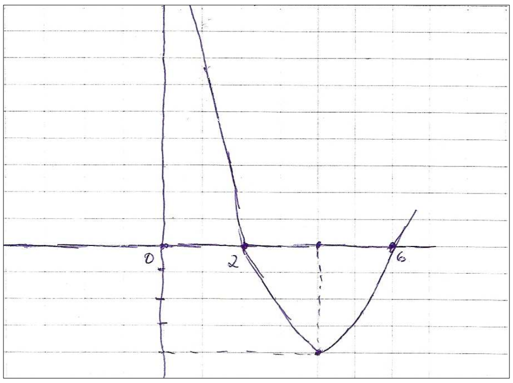
Quadro 16: Depoimento do Aluno Gráfico sobre o 4^0 encontro

Vantagens: Aumentar o conhecimento na área de
informática e matemática;

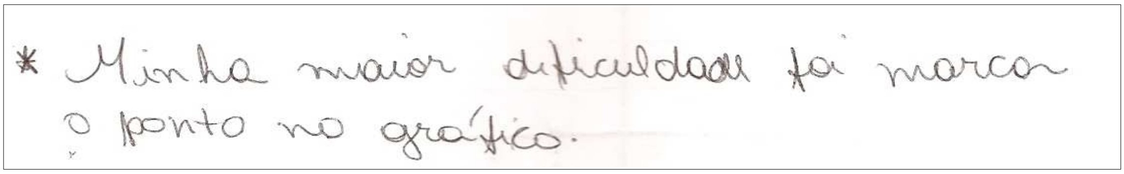
Desvantagens: Não vi nenhuma desvantagem.

APÊNDICE D - Depoimento e construções dos no 5^0 encontro

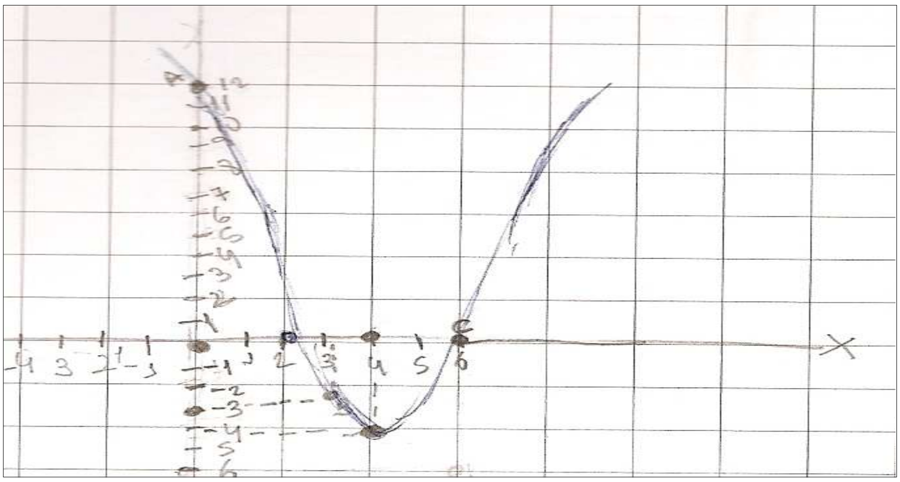
Quadro 17: Construção do Aluno Gráfico



Quadro 18: Depoimento da Aluna Parábola sobre sua dificuldade


* Minha maior dificuldade foi marcar o ponto no gráfico.

Quadro 19: Construção do gráfico da Aluna Parábola



APÊNDICE E – Depoimentos dos alunos sobre o 6 Encontro.

Quadro 20: Depoimento da Aluna Bháskara sobre o 6^0 encontro

No encontro de hoje fizemos o Studo de função Quadrática onde aprendemos a fazer o par ordenado e colocar na reta formando uma parabola, aprendi que não se marca os zeros no gráfico e sim na sua imagem. As aulas de função quadrática na sala de informática foram importante para aprender para que serve função quadrática, onde a usamos no cotidiano.

Essas aulas estão me ajudando muito para fazer as atividades de matematica, e me ajudarão também a Studar para fazer a prova.

Quadro 21: Depoimento da Aluna Parábola sobre o 6^0 encontro

No encontro de hoje, aprendi a marcar ponto em gráfico definitivamente.
Foi muito legal, pois um complementa o outro, o soft, e a aula teórica.
Com o soft aprendi a entender as parábolas e com a aula prática aprendi fazer parábola.

Esses encontros estão sendo muito proveitosos pois cheguei aqui com muita dificuldade em marcar ponto em gráfico e sem nem saber como utilizar uma parábola, a ajuda do soft está sendo muito importante nessa aprendizagem.

Entender as parábolas quer dizer, que entendi quando ela fica com a concavidade para cima e quando ela fica com a concavidade para baixo.

Quadro 22: Depoimento da Aluna Delta sobre o 6^0 encontro

Encontro de hoje:

Gostei percebi que já sei identificar a localização de alguns pontos no gráfico.
Que inclusive, aprendi com o software.
Acho que o software ajuda no ensino de hj; pois já estamos mais familiarizados com o gráfico.
Não atrapalhou o estudo de hoje; não utilizar os computadores; já tinhamos aprendido a identificar os pontos e fazer a parábola com o software.
Com o software fica melhor a visualização do gráfico e de seus ponto.

APÊNDICE F – Respostas das atividades e depoimentos dos alunos sobre o 7 Encontro.

Quadro 23: Resposta da Aluna Parábola a uma atividade do 7^0 encontro

4) Qual a diferença entre o tipo de uma FQ e um exemplo? **R: a diferença é que o tipo você determina se a função é completa ou incompleta e o exemplo lhe da uma base como pode ser feito.**

Quadro 24 : Resposta da Aluna Delta a uma atividade do 7^0 encontro

4) Qual a diferença entre o tipo de uma FQ e um exemplo? **R:*No exemplo você tem números e no tipo de FQ você tem a estrutura***

APÊNDICE G – Respostas das atividades e depoimentos dos alunos sobre o 8 Encontro.

Quadro 25: Resposta da Aluna Parábola a uma atividade do 8^0 encontro

Atividade

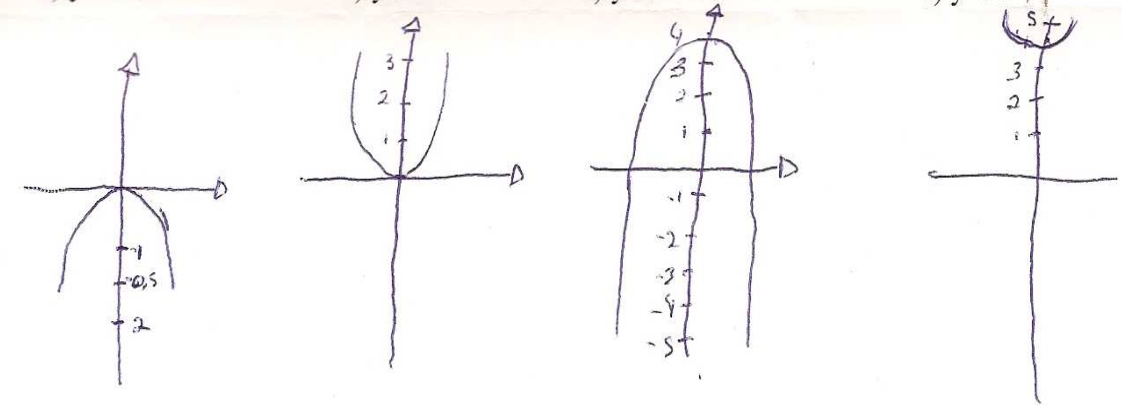
1) Em relação a função quadrática $y=ax^2$, qual elemento influencia na abertura da parábola?

Quanto maior o valor de a mais aberta será a parabola.

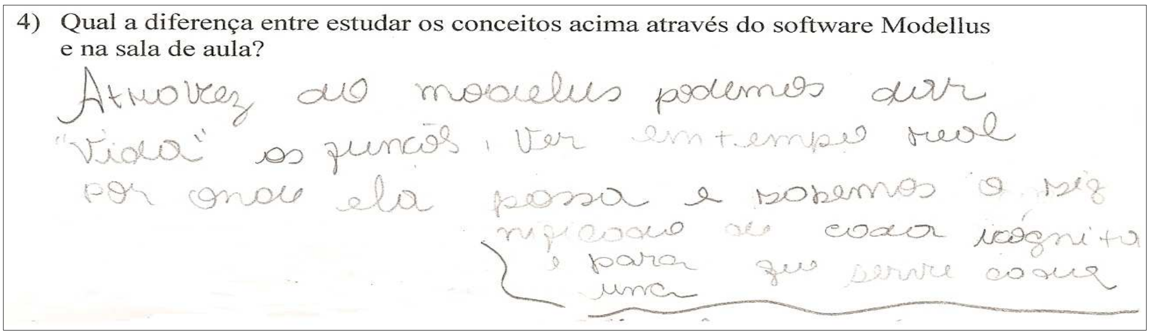
Quadro 26: Resposta do Aluno Eixo a uma atividade do 8^0 encontro

3) Esboce o gráfico das seguintes funções:

a) $y=-1/2x^2$ b) $y=3x^2$ c) $y=-5x^2+4$ d) $y=5x^2+4$



Quadro 27: Resposta da Aluna Bháskara a uma atividade do 8^0 encontro



4) Qual a diferença entre estudar os conceitos acima através do software Modellus e na sala de aula?

Atravez do modelus podemos dar "vida" as funçõs, ver em tempo real por onde ela passa e sabemos o significado de cada incógnita e para que serve cada uma

APÊNDICE H – DEPOIMENTO DOS ALUNOS SOBRE O 9 ENCONTRO

Quadro 28: Depoimento da Aluna Bháskara sobre 9^0 encontro

A aula de hoje foi mais interessante pois ~~cotoo~~ colocamos ~~nosso~~ valores escolhidos ~~oo~~ por nós mesmos e ficou mais fácil de interpretar e responder as questões, hoje aprendi manusear com mais facilidade o modellus, achamos o x_v e o y_v, calculamos os zeros e botamos nossos valores.

Quadro 29: Depoimento do Aluno Eixo sobre o 9^0 encontro

- Quais as diferenças entre estudar esses conceitos através do software e na sala de aula?

Com o software podemos definir melhor a FQ na construção do seu gráfico.

A aula de hoje foi muito proveitosa pois, aprendi a construir os gráficos e peguei pequenos detalhes com o conjunto IM e o conjunto D coisa que na sala de aula não havia aprendido. também na aula revisamos os assuntos que aprendemos ao longo do curso o x e o y do vértice, os zeros da função e o eixo de simetria.

Quadro 30: Depoimento do Aluno Coeficiente sobre o 9^0 encontro

Quais as diferenças entre estudar esses conceitos através do software e na sala de aula?
R=No software conseguimos definir os valores dos conceitos com mais facilidade e na sala de aula é mais trabalhoso

O que você aprendeu na aula de hoje (15/12/08)?
R= Percebi que eu mesmo praticando as formulas e dando os valores consegui desenvolver mais o trabalho sobre funçõe Quadrática, por isso gostei muito da aula de hoje.
Também foi a mais interessante porque escolhemos os valores a ser usado na janela modelo

Quadro 31: Depoimento do Aluno Gráfico sobre o 9^0 encontro

A diferença é que no software você aprende a determinar os valores da função automaticamente. Como os vértices, eixo de simetria zeros conjunto imagem e domínio. Outro fator é que pode nos ajudar com respeito à parábola através do controle mostrando assim de onde ela começa.

Quadro 32: Depoimento do Aluno FQ sobre o 9^0 encontro

APÊNDICE I - Registro fotográfico da aplicação da pesquisa

- Aplicação do pré-teste

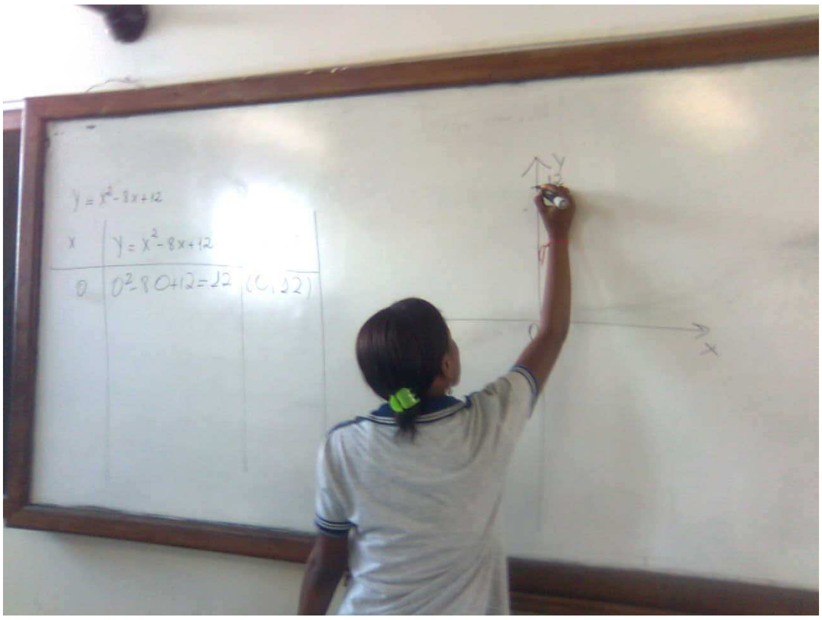
- Observação das simulações – 2^0 Encontro

● Observação das simulações – 3^0 Encontro

● Desenvolvimento de atividades – 5^0 Encontro

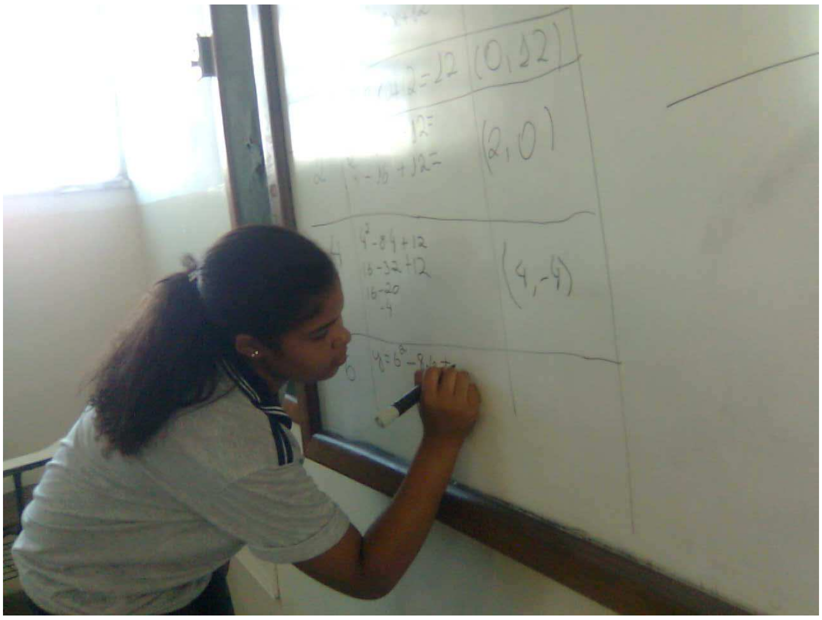
- Desenvolvimento de atividades – 5^0 Encontro

- Atividade desenvolvida na sala de aula – 6^0 Encontro

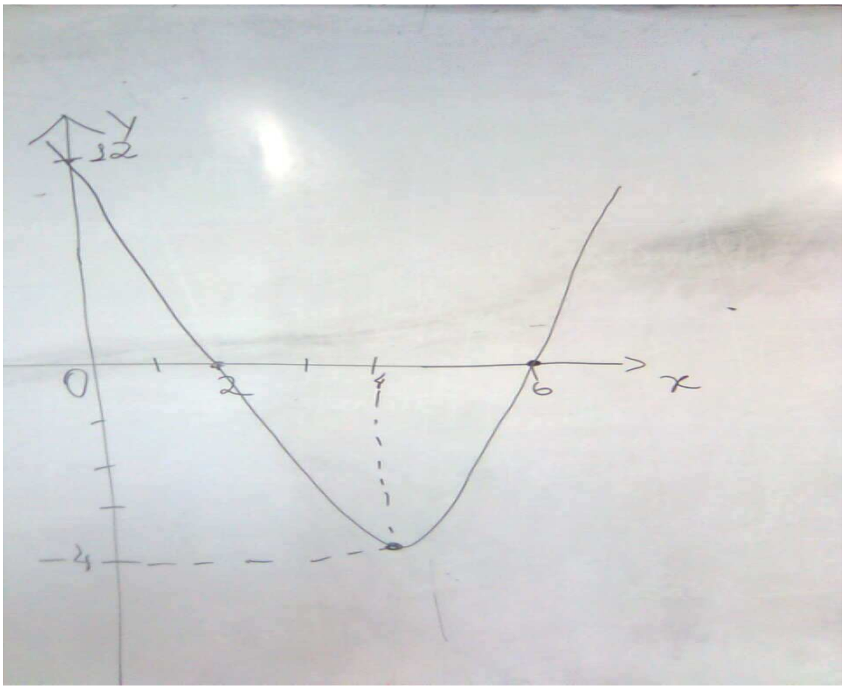


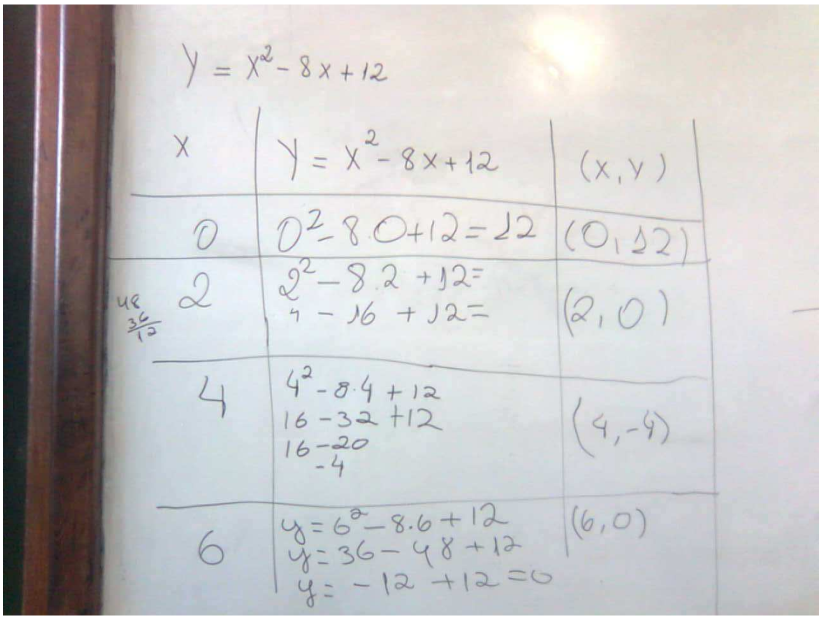
- Atividade desenvolvida na sala de aula – 6^0 Encontro

- Atividade desenvolvida na sala de aula – 6^0 Encontro

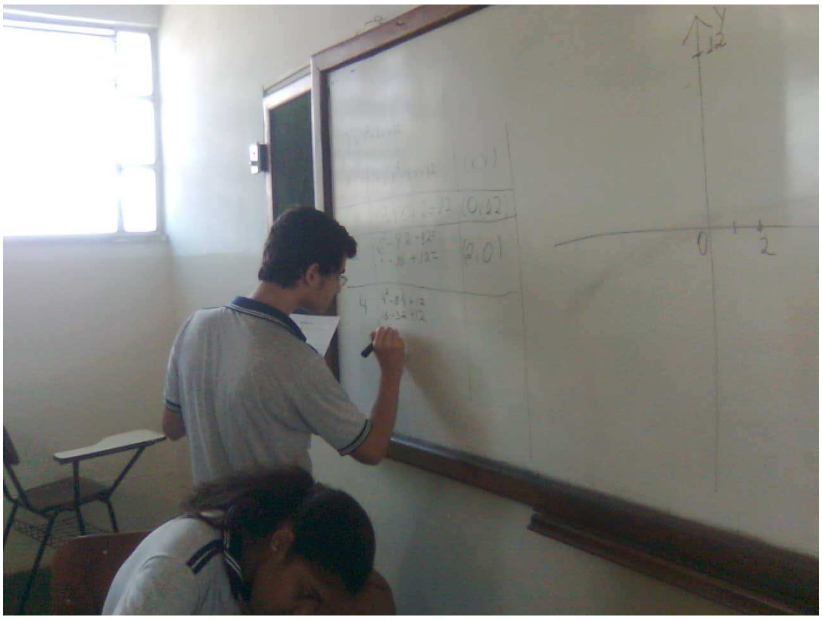


- Atividade desenvolvida na sala de aula – 6^0 Encontro





- Atividade desenvolvida na sala de aula – 6^0 Encontro



- Observação das simulações – 7^0 Encontro

- Observação das simulações – 7^0 Encontro

- Aplicação do pós-teste – 10^0 Encontro

- Aplicação do pós-teste – 10^0 Encontro

APÊNDICE J: **Roteiro de Perguntas do grupo focal**

1 - O que significou para vocês esse estudo?

2 - Por que o software ajudou a vocês aprenderem mais sobre FQ?

3 - Vocês atribuem muito valor ao gráfico. Por quê?

4 - Se vocês tivessem a oportunidade de falar com o professor de Matemática, o que vocês sugeririam como ponto de partida para o estudo de FQ?

APÊNDICE L: Instrumentos da Pesquisa

Questionário do perfil dos alunos

Qual é seu nome? ________________________________

Qual é a sua idade? _______

Qual é o seu endereço? _____________________________

Qual é o número do seu telefone de casa? _______________

Você possui celular? Qual a marca? ____________________

Quais as principais atribuições do seu celular?________________________

Você conhece e domina todas as atribuições do seu celular? ______________

Qual o seu email? ____________________Como lhe achar no orkut? ________

Você possui computador em casa? ___________________

Você geralmente utiliza o computador quantas vezes por semana? Onde? _____

Quais os programas computacionais que você mais utiliza?

____

Quais os sites que você mais navega?

____

Quais os sites que você prefere visitar com freqüência?

____

Qual (is) outras tecnologias digitais que você utiliza frequentemente?

____

Você trabalha? _Não _Sim. Em quê? __________________ Onde? __________

Você faz (ez) algum curso ? _____Não _____Sim. Qual (is)? ____________

Já repetiu alguma série? Qual? ________

Ficha de Observação

Data: ________________

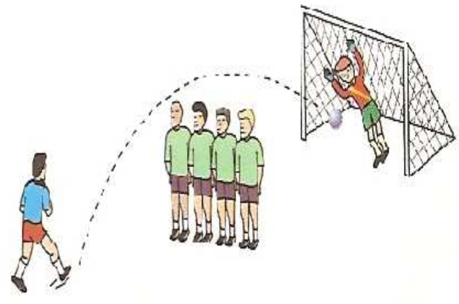
Encontro__:____

Objetivo:____

CONCEITOS	SIGNIFICADOS	SUJEITOS

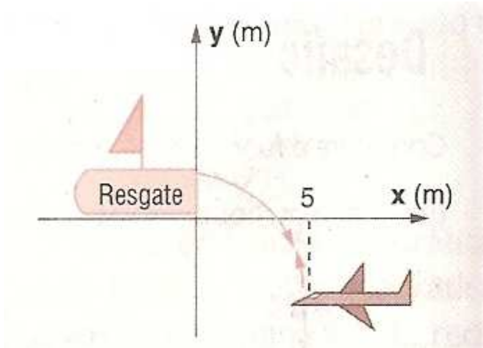
Pré/Pós-Teste

Observe a figura abaixo e procure responder as questões seguintes.



1 – A trajetória da bola é semelhante a uma curva que representa um tipo de função. Como se chama essa curva?
____

Observe a seguinte situação:



Um mergulhador deseja resgatar um tesouro no fundo de um rio. Como havia pouca correnteza, ele deixa o seu barco no rio e desce para cumprir sua missão. A trajetória do mergulhador é descrita pela função $y = -3x^2 + 6x+5$.

Agora, vamos analisar essa função.

2 – Como é denominada a função $y = -3x^2 + 6x+5$? __________

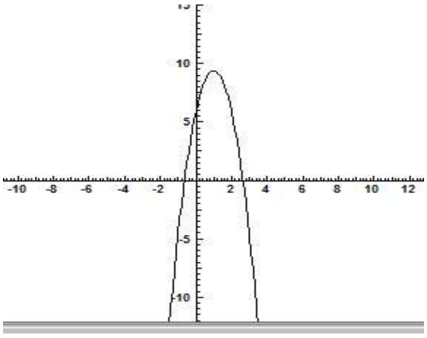
3 – Você pode representar a função descrita na questão na sua forma original? __________

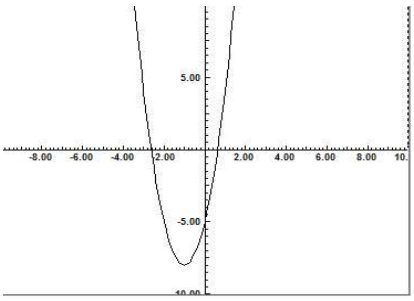
4 – A curva que descreve a trajetória do mergulhador está voltada para cima ou para baixo?
____

5 – Qual elemento da função indica o sentido da curva? Por quê?
____

6 – Como são chamados os valores -3, 6 e 5 ?______________________

7 – Qual dos gráficos a seguir representa a função acima?





8 – Sinalize no gráfico acima da função $y = -3x^2 + 6x+5$, os seguintes conceitos:

(c) As coordenadas do vértice da curva (z) Os zeros da função (e) Eixo de simetria

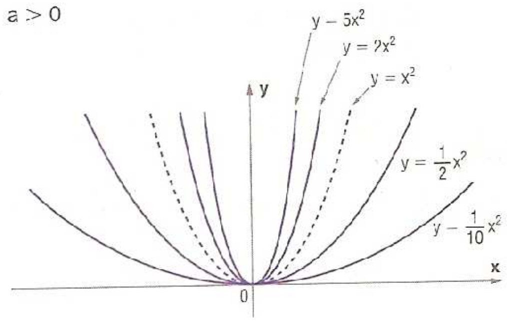
9 – O conjunto imagem dessa função é:

( ) Im (f)=$\{y \in R / y \leq 8\}$ ( ) Im (f)=$\{y \in R / y \geq 8\}$

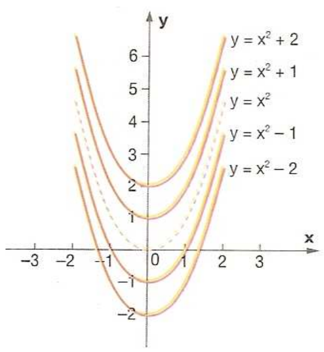
10 – O conjunto domínio dessa função é: ________________

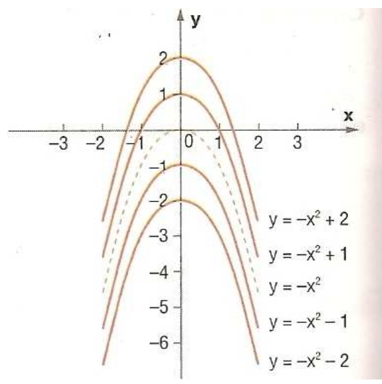
Analise os gráficos das FQ em cada quadro:

11 – Quais os tipos de FQ os gráficos abaixo estão representando? Quais as diferenças entre as curvas? Por quê?



12 – Quais os tipos de FQ os gráficos abaixo estão representando? Quais as diferenças entre as curvas? Por quê? Qual o elemento da função quadrática influencia essa posição das parábolas?





a>0

a<0

APÊNDICE M: Atividades do OA

Atividade – 2^0 Encontro

Você já estudou Função Quadrática?
Cite três situações da realidade que encontramos representações de parábolas.
____

1 – A trajetória descrita pelo dardo (desprezando-se a resistência do ar) pode ser considerada como parte de uma curva que representa um tipo de função. Como se chama essa curva?_____________________________

2 – Essa curva é a representação gráfica de qual função?
____

3 – Escreva a função representada ______________________________

4 – Os elementos como são chamados? _____________

5 – Represente a função na sua forma original _________________

6 – No basquete também encontramos representação da mesma curva que estamos analisando? Em qualquer tipo de jogada? O que caracteriza este tipo de curva?
____

7 – Identifique a função que a curva descrita na trajetória da bola do basquete representa _____________________________

8 – Por que a curva está com a concavidade voltada para baixo?
____

9 - Descreva as contribuições deste encontro para a sua aprendizagem matemática.

Atividade 3^0 Encontro

Vamos esboçar os gráficos das funções do lançamento de dardo e do basquete?

Quais as contribuições deste encontro para sua aprendizagem de FQ? Por quê?

Atividade – 4^0 Encontro

Vamos analisar a FQ $h(t) = -t^2+5t$.

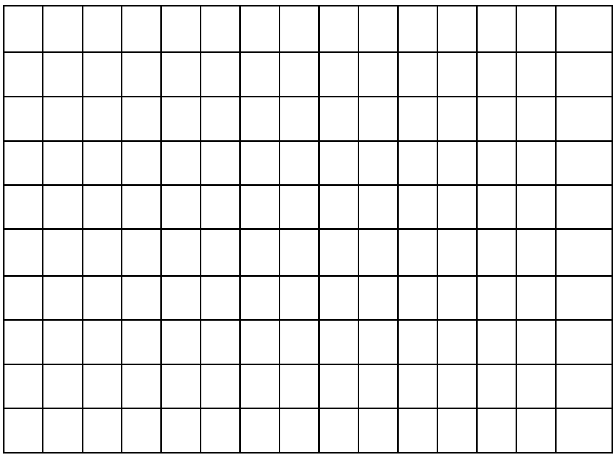
1 Qual a variável dessa função? O que ela representa?

2 Qual a função? O que está representando?

3 A partir das respostas anteriores, conceitue função quadrática.

4 Construa o gráfico dessa função para os seguintes valores de x.

x	$h(t) = -t^2+5t$	Y=f(x)
0		0
5		0
4		4
6		-6



5 Quais são os zeros dessa FQ?

Atividade – 5 ^{0} Encontro

Vamos esboçar os gráficos das funções $y1= x^2 -8x+12$ e $y2= -x^2+6x-9$?

<u>Atividade – 6^0 Encontro</u>

Vamos esboçar os gráficos da função $y= x^2-8x+12$

Atividade disponível no word – 7^0 Encontro

1) Com base nos dados da janela Modelo do software Modellus, preencha a tabela abaixo, ordenando as parábolas conforme a sua abertura :

Tipo de FQ	Gráfico de FQ	Valor do coeficiente “a”	Exemplo de FQ

2) Observando as representações gráficas das FQ acima, o que você conclui?

3) Preencha a tabela abaixo:

Tipo de FQ	Exemplo de FQ	Zeros (raízes) da Função	Coordenadas do vértice	Eixo de Simetria

4) Qual a diferença entre o tipo de uma FQ e um exemplo?

5) Para conceituar uma FQ é recomendável utilizar o tipo ou um exemplo?

6)Em relação a FQ em estudo, escreva as suas características.

Atividade – 8^0 Encontro

1) Em relação à função quadrática $y=ax^2$, qual elemento influencia na abertura da parábola?

2) Em relação à função quadrática $y=ax^2+c$, qual elemento influencia na posição da parábola no gráfico?

3) Esboce os gráficos das seguintes funções:

   a) $y= -1/2x^2$ b) $y=3x^2$ c) $y= -5x^2+4$ d) $y= 5$
   x^2+4

4) Qual a diferença entre estudar os conceitos acima através do software Modellus e a sala de aula?

5) Relate a sua experiência nesse curso.